

BLOQUE 4: VIBRACIONES Y ONDAS

I. ORIENTACIONES METODOLÓGICAS

Todos los contenidos se han desarrollado en el texto a partir de la jerarquización de unas experiencias asequibles al alumno. Esta presentación desde lo experiencial, no sólo lo pone en contacto con el campo de la experimentación, sino que también, y de forma inmediata, le conduce a cuestionarse preguntas que luego serán respondidas en el transcurso de la explicación del tema. De aquí la importancia que tiene el que los alumnos resuelvan las ACTIVIDADES propuestas en cada sección.

Unidad 4. Movimiento armónico simple.

1ª. Se ha comenzado por el estudio dinámico del m.a.s porque es un aspecto más concreto (menos abstracto) que el cinemático y, además, de una experimentación más fácil.

2ª. La deducción semicuantitativa de la ecuación del m.a.s. es laboriosa, pero muy rica en contenidos físicos, tanto intuitivos como procedimentales. En cualquier caso, puede sustituirse por la demostración basada en el artificio matemático de los fasores de Fresnel (incluso, después de haber desarrollado esta demostración, puede hacerse una incursión por el discurso intuitivo que el otro procedimiento proporciona).

3ª. No parece conveniente eludir el cálculo matemático de la energía potencial, puesto que proporciona una buena ocasión para que el alumno trate con una fuerza central sencilla, que refuerce lo que estudió a propósito del campo gravitatorio.

Unidad 5. Movimiento Ondulatorio.

1ª. Hemos optado por la deducción de la ecuación de la onda expuesta en el texto, por su mayor contenido físico y facilidad de comprensión por parte del alumno. Resulta más abstracto el procedimiento opcional expuesto.

2ª. Recomendamos la forma matemática en donde aparece el seno, para que esté en concordancia con la expresión senoidal también utilizada en la ecuación del m.a.s. Sin embargo, no se nos oculta que hay diferencias de matices en la interpretación física de las distintas expresiones que pueden ser utilizadas ($\sin (wt-kx)$ ó $\sin (kx-wt)$ ó $\cos (wt-kx)$ ó $\cos (kx-wt)$). El profesor valorará la conveniencia de aclarar estos matices a sus alumnos.

3ª. En el estudio de las propiedades de las ondas, se ha intentado eludir, en lo posible, el tratamiento matemático. Únicamente lo hemos tenido en cuenta cuando el aparato matemático resultaba asequible.

4ª. Un caso que pudiera para algunos resultar excesivo es el que se refiere al tratamiento semicuantitativo de la ecuación de la onda estacionaria. Desde luego, puede darse, opcionalmente, la demostración completa. Lo mismo puede decirse del tratamiento de la ley de la absorción de ondas planas.

II. COMPROBACIÓN DE CONOCIMIENTOS PREVIOS

b) Conocimientos procedentes de las construcciones espontáneas:

1. Solución a los ítems sobre preconcepciones que aparecen en el libro.

Unidad 4: Movimiento Armónico Simple.

No se conocen ningún tipo de teorías implícitas sobre este contenido. Por este motivo, en esta lección no figuran cuestiones para su tratamiento.

Unidad 5: Movimiento Ondulatorio.

La opción correcta es la b

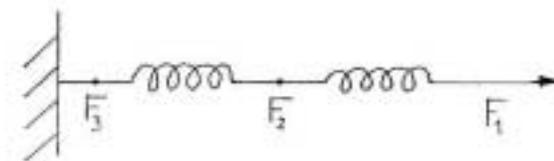
Tampoco para este contenido existe una literatura contrastada sobre teorías implícitas. No obstante, se ha aportado dos cuestiones que pueden ser útiles a la hora de explorar estas construcciones espontáneas de los alumnos.

En ambas se pretende analizar si existe la preconcepción del transporte de masa en el movimiento ondulatorio.

Advertencia: hay que tener en cuenta que en las ondas superficiales en el agua, el movimiento de un punto de la superficie no es exactamente un m.a.s, sino un movimiento circular; sólo para ondas de muy pequeña amplitud sí podemos considerar, en primera aproximación, que se trata de un m.a.s. Por este motivo, la preconcepción expuesta, en un sentido estricto, pueda estar sesgada, ya que la idea ha podido ser construida por los sujetos al observar el oleaje, por ejemplo, en una playa, en donde sí se da transporte de materia.

2. Otros ítems diferentes de los que se dispone de resultados obtenidos en nuestras investigaciones.

En el dibujo se representan dos muelles unidos entre sí y a una pared. En el extremo libre se aplica una fuerza F_1 y como consecuencia aparecen las fuerzas F_2 y F_3 en los lugares indicados. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?



- a) $F_1 > F_2 > F_3$
- b) $F_1 < F_2 < F_3$
- c) $F_1 = F_2 = F_3$
- d) $F_1 > F_2 < F_3$
- e).....

La respuesta correcta es la c.

El objetivo de este ítem es demostrar que otras de las reglas habituales en el razonamiento causal cotidiano de los alumnos es la contigüidad espacial entre causa y efecto. La causa debe estar próxima, si no en contacto directo con el efecto. Aunque en algunos dominios podemos

admitir la causalidad indirecta o mediada, tendemos a buscar las causas cerca o en contacto con los efectos, o, en palabras de Andersson (1986), cuanto más cerca, mayor efecto.

Bibliografía:

- ANDERSSON, B. (1986) “The experimental gestalt of causation: a common core to pupils’ preconceptions in science”. *European Journal of Science Education*, 8 (2), 155-171.
- POZO, J.I. (1992). “Psicología de la comprensión y el aprendizaje de las ciencias”. M.E.C.

III. ACTIVIDADES DEL MAPA DE FENÓMENOS

Unidad 4. Movimiento armónico simple.

1ª ACTIVIDAD

Disponer del siguiente material con las características aproximadas que se indican: un muelle elástico (3 N/m), una bola de acero (50 g) para colgar en el muelle y un dinamómetro (2 N).

Hacer oscilar la bola colgada en el muelle y pedir a los alumnos que observen cuantas características puedan del movimiento originado.

Contenido de planteamiento

- *¿Qué características cinemáticas se observan en este movimiento?*

Es fácil dirigir la observación hacia las siguientes características: movimiento rectilíneo, periódico (ésta es básica), variado (no uniformemente variado, que suele ser la respuesta espontánea de los alumnos), puntos con velocidad nula y máxima ...

2ª ACTIVIDAD

Sobre la experiencia anterior:

Contenido de planteamiento

- *La ecuación fundamental, de la que parte todo el análisis cinemático, es la que conocemos como “ecuación del movimiento”, que puede expresarse, de forma general, como $x=f(t)$, teniendo en cuenta las observaciones antes efectuadas, ¿qué se podría anticipar sobre la forma matemática de la ecuación de este movimiento?*

Resulta ésta una actividad muy interesante —y accesible a los alumnos, con la ayuda pertinente— para tratar una situación en donde convergen claramente el sentido físico y el matemático. Las ayudas necesarias deben darse para dirigir la reflexión de los alumnos hacia los siguientes aspectos: el movimiento es rectilíneo, luego las posiciones estarán definidas sobre el eje x ; hay un máximo desplazamiento a las posiciones $\pm A$; se trata de un movimiento periódico, ¿qué funciones matemáticas periódicas se conocen? (se pretende que los alumnos recurran a la función seno —o coseno— como única instancia); teniendo en cuenta que el valor máximo de x ha de ser A , ¿qué relación cabría esperar entre la función sen y A ? Con llegar a una expresión del tipo $x= A sen...$ es suficiente.

3ª ACTIVIDAD

Sobre el resultado obtenido en la anterior actividad.

Contenido de planteamiento

- *Suponiendo que la ecuación del movimiento fuera ya totalmente conocida, ¿cómo se hallaría la velocidad y la aceleración?*

La respuesta lo único que exige es el conocimiento de que, en cualquier caso, la velocidad es la derivada de la posición y la aceleración la derivada de la velocidad.

4ª ACTIVIDAD

Sobre las experiencias anteriores.

Contenido de planteamiento

- *¿Quién ejerce fuerza sobre la bola en cada posición?*

Es una cuestión muy sencilla, pero que puede complicarse si los alumnos caen en la cuenta de que también está actuando el peso. En este momento, lo mejor es decir que hagan un esfuerzo de abstracción e ignoren la acción gravitatoria. También se puede sugerir que consideren como si la experiencia se hubiere realizado en un espacio de ingravidez.

5ª ACTIVIDAD

Sujetar el muelle por un extremo y, con el dinamómetro, tirar de él. Repetir la experiencia para distintos estiramientos.

Contenido de planteamiento

- *¿De qué magnitudes depende la fuerza que ejerce el muelle?*

Se pretende que los alumnos lleguen a un planteamiento de la ley de Hooke (posiblemente se trate de un contenido que algunos recuerden de cursos más básicos).

6ª ACTIVIDAD

Se hace referencia nuevamente a las primeras experiencias.

Contenido de planteamiento

- *Comparar el movimiento de la bola sometida a la fuerza exclusiva del muelle con el de un cuerpo sometido a la acción de la fuerza gravitatoria (recuérdese lo estudiado a propósito de la interacción gravitatoria), ¿qué tipos de energía se darán? Proponer la magnitudes de las que dependerán y una hipótesis sobre su fórmula.*

La energía cinética y su expresión es algo evidente. Respecto de la hipótesis sobre la energía potencial pueden proporcionarse sugerencias muy interesantes, como: recordar que la E_p se define en campos de fuerzas centrales (conservativas, en general), ¿la fuerza del muelle lo es?; la E_p depende de la posición; además, ¿estará también relacionada con la naturaleza del muelle?

Unidad 5. Movimiento ondulatorio.

1ª ACTIVIDAD

Mediante una cuerda tensa o un muelle tipo *slinky*, producir oscilaciones transversales en un extremo. Recurrir también a la siguiente experiencia mental: suponer una hilera de corchos (con la misma distancia entre ellos) flotando en el agua y hundir uno de ellos y soltarlo.

Contenido de planteamiento

- *¿Qué tipo de movimiento, individual, se observa en cada espira del muelle o en cada corcho? Describirlo.*

Se trata de que los alumnos observen que cada punto realiza un m.a.s y que recuerden lo estudiado sobre él.

2ª ACTIVIDAD

Sobre las experiencias anteriores se pide a los alumnos que observen cómo se transmite el movimiento del *foco* (introducir este término) a los demás puntos del medio.

Contenido de planteamiento

- *Dibujar la forma que adquiere el medio (cuerda, muelle o hilera de corchos) y describir características geométricas y físicas de la realidad que representa el dibujo.*

Se pretende que los dibujos se aproximen lo más posible a la figura de una onda unidireccional y transversal. Sobre este esquema, la reflexión de los alumnos debe dirigirse a dos aspectos fundamentalmente. Uno, la periodicidad espacial (introducir aquí el término *longitud de onda*); otro, la periodicidad temporal (introducir el término *período*).

Advertencias: la experiencia mental de los corchos flotantes proporciona una buena ocasión para iniciarse en la difícil concepción abstracta de la onda; por otra parte hay que tener en cuenta que los alumnos traen de la E.S.O algunos conceptos básicos de las ondas que pueden hacer inicialmente más asequibles estas reflexiones.

- *¿Existirá alguna relación entre aquellas magnitudes?*

No es necesario, en este momento, llegar a ninguna fórmula; solamente, mantener en el ánimo de los alumnos estos tipos de cuestionamientos.

3ª ACTIVIDAD

Repetir la experiencia con el muelle, pero ahora produciendo ondas longitudinales.

Contenido de planteamiento

- *Comparar esta situación con la de la onda anteriormente producida.*

4ª ACTIVIDAD

Dar un golpe sobre la mesa; hacer vibrar un diapasón, una cuerda de guitarra ... Si es posible, que algunos alumnos perciban con la yema de los dedos las vibraciones del diapasón.

Contenido de planteamiento

- *¿Cómo se ha producido el sonido?*

No resulta difícil que los alumnos (por lo que ya saben o por simple observación) den una respuesta suficientemente aceptable. De todas formas, será necesaria alguna aclaración de cómo las moléculas del aire —o del cualquier medio material— transmiten las vibraciones (la onda longitudinal antes observada ayudará a la comprensión de este fenómeno).

(Advertencia: los fenómenos de reflexión, refracción, difracción e interferencias serán observados con más detalle por los alumnos utilizando una cubeta de ondas; no obstante, aún cuando se utilice también ésta, es mejor realizar las actividades, al menos inicialmente, con el tipo de experiencias que proponemos, dada su simplicidad que facilita la observación).

Proponer las siguientes experiencias mentales: la formación del eco y la audición, desde el exterior, de los sonidos producidos dentro del agua.

Contenido de planteamiento

Respecto de la primera experiencia:

- *¿Rebota el sonido en las paredes? ¿Qué puede decirse sobre la dirección en la que incide el sonido en la pared y la dirección en la que rebota? ¿Podría establecerse alguna ley física?*

Es muy probable que las respuestas sean fáciles para los alumnos contando con su conocimientos anteriores sobre contenidos tan básicos. Para favorecer, no obstante, esta reflexión puede sugerirse qué pasará si se cambia el ángulo de incidencia, etc. Introducir el término *reflexión*.

Respecto de la segunda

- *Cuando pasa el sonido desde el interior del agua al exterior, ¿cambiará su dirección? ¿Y si el sentido de recorrido es el mismo? ¿Podría establecerse alguna ley física semejante a la anterior?*

Cuestión más complicada que la anterior porque es menos observable. Tal vez conviniera aquí hacer alguna alusión, como analogía, a los conocidos casos de refracción de la luz, que serán luego estudiados en otro tema. Introducir el término *refracción*.

5ª ACTIVIDAD

Otra experiencia mental (que también puede ser complementada con la utilización de la cubeta de ondas): pensar en una ola de mar pasando a través de la abertura de una roca (mejor, mostrar una fotografía de esta circunstancia).

- *¿Cómo es posible que la onda haya pasado por una abertura que es menor que ella?*

La dificultad de esta cuestión estriba que, en realidad, para hablar con propiedad, sería necesario utilizar el concepto de ‘frente de onda’. No se debe, por tanto, esperar muchas aportaciones sobre la explicación de este fenómeno. Introducir el término *difracción*.

6ª ACTIVIDAD

Experiencia mental: imaginar un corcho flotando en el agua. Desde otro punto de la superficie del agua se emite una onda que, cuando alcanza el corcho, lo hace oscilar. Ahora, desde otro punto de la superficie, se emite otra onda de las mismas características que la anterior, que también alcanzará la corcho que sigue oscilando

Contenido de planteamiento

- *¿Qué podrá ocurrir con las oscilaciones del corcho? ¿Podría llegar a no oscilar? ¿De qué dependerá? ¿Ocurrirá lo mismo con el sonido que con el movimiento ondulatorio generado en la superficie del agua?*

La dificultad de las respuestas se debe a la necesidad por parte de los alumnos de poseer una suficiente comprensión intuitiva del movimiento ondulatorio. De todas formas, aunque muchos alumnos no respondan por sí mismo, es una buena ocasión para inducirles a un trabajo de representación intuitiva del movimiento que es imprescindible para la comprensión de estos fenómenos. La alusión al sonido está basada en la intención de plantearle una situación que para ellos puede ser sorprendente, a saber, la posibilidad que dos sonidos se “anulen” o se “refuercen”. Introducir el término *interferencia*.

7ª ACTIVIDAD

Colgar de un extremo el muelle *slinky* y en el otro generar unas cuantas oscilaciones y detener la mano. Se observarán las ondas estacionarias producidas por la interferencia de las que suben por el muelle y las que bajan por reflexión en el otro extremo.

Contenido de planteamiento

- *¿Por qué hay puntos con amplitudes de vibración distintas e incluso nulas?*

Hay que sugerir a los alumnos que piensen en que superponen dos movimientos. Después de discutidas las aportaciones de los alumnos, aclarar simplemente que se trata de un tipo especial de interferencias e introducir el término de *onda estacionaria*.

8ª ACTIVIDAD

Un extremo del muelle se sujeta a algún objeto poco pesado (un llavero, por ejemplo) apoyado en la mesa. Desde el otro extremo del muelle se genera una onda que, al llegar al objeto antes indicado, producirá un “tirón” de él. Repetir la experiencia modificando las amplitudes y también la frecuencia de la onda generada.

Contenido de planteamiento

- *Es evidente que se ha dado una transferencia de energía al objeto sujeto al extremo del muelle, ¿de dónde procede esa energía?, ¿de qué magnitudes depende?, ¿se puede apreciar alguna causa por la que se “pierda” parte de la energía transferida?*

La mera observación de la experiencia por parte de los alumnos suele generar respuestas adecuadas. Introducir las expresiones *transmisión de energía* y *absorción de energía*.

IV. SOLUCIÓN DE PROBLEMAS PROPUESTOS QUE APARECEN EN EL LIBRO

Página 85. Cuestión 1

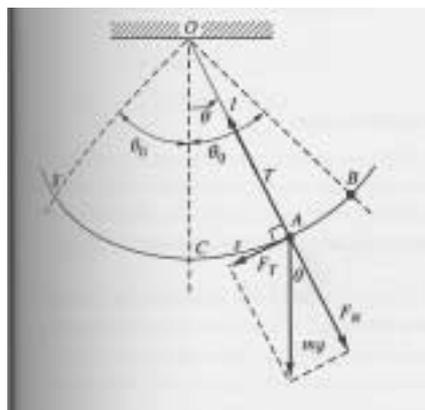
Los muelles elásticos pueden formar parte tanto del mecanismo de muchos bolígrafos como de los amortiguadores de un automóvil. ¿Cuál de los dos tipos de muelles tendrá mayor constante de recuperación? ¿Por qué?

Sol.: El amortiguador, es el significado físico de la propia definición.

Página 85. Cuestión 2

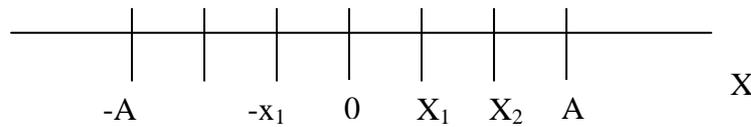
En la sección anterior hemos mencionado que, para pequeños ángulos, el movimiento del péndulo simple se puede considerar, en primera aproximación, como un m.a.s. Por otra parte, también sabemos que todo m.a.s. lleva asociado un determinado tipo de fuerza que hemos llamado fuerza recuperadora. ¿Cuál es la fuerza que desempeña este papel en el movimiento del péndulo? . Sugerencia: analizar las dos fuerzas (el peso de la lenteja y la tensión de la cuerda) que actúan en el péndulo.

Sol.: El movimiento oscilatorio se debe a la componente tangencial del peso (F_T) de la partícula, que es máxima en B y B', es 0 en C y siempre apunta hacia C como se observa en la figura.

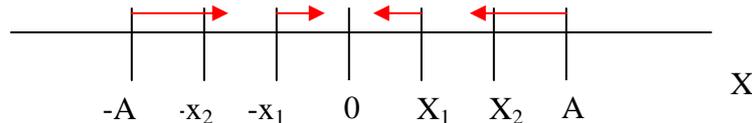


Página 96. Cuestión

Si en la figura se representa la trayectoria de un m.a.s., de acuerdo con las condiciones anteriores, dibujar de forma aproximada el vector aceleración en varios puntos del sistema



Sol.:

**Página 98. Cuestión 1**

Un cuerpo se mueve verticalmente con un m.a.s de período 4 s. La fase inicial es nula y consideramos positivo el sentido hacia arriba. Para $t=0,5$ s, ¿cuál será, aproximadamente, la posición? Y la velocidad y la aceleración, ¿serán positivas o negativas?

Sol.: Hacia la mitad de la amplitud positiva; v será positiva (está ascendiendo) y a será negativa.

Página 98. Cuestión 2

Consideramos otra vez la situación anterior, pero ahora el tiempo comienza a contarse cuando el cuerpo está pasando por la posición más baja. Responder a las mismas preguntas formuladas en la cuestión anterior.

Sol.: $x \cong A/2$; $v > 0$; $a > 0$

Página 101. Cuestión 1

Un muelle elástico está sujeto por uno de sus extremos; del otro extremo colgamos un cuerpo y dejamos que alcance su posición de equilibrio. A partir de esta posición, producimos un estiramiento en el sistema, para lo cual habremos de realizar un trabajo. Explicar en qué tipo de energía se habrá convertido este trabajo y que transformaciones posteriores de energía se realizarán cuando el cuerpo oscile libremente.

Sol.: Se ha convertido en energía potencial elástica y posteriormente se convertirá en cinética.

Página 101. Cuestión 2

Un cuerpo en movimiento se dice que se encuentra *confinado* cuando existen unos límites en sus posiciones que nunca pueden ser superados. El m.a.s. nos proporciona precisamente un claro ejemplo de confinamiento.

Si E es la energía total y A es la amplitud de este m.a.s, explicar razonadamente por qué no está permitido un valor $x > A$

(Sugerencia: analizar cuánto valdría la E_k en esta posición)

Sol.: $E = E_k + E_p$, siempre. En una posición $x > A$, sería $E_p > E$; luego $E_k < 0$, lo cual es imposible.

Página 102. Cuestión

El cuerpo de la figura posee un m.a.s. ¿Qué le ocurrirá a este movimiento si se va aumentando la masa del cuerpo?

Sol.: Como $T=2\pi\sqrt{m/k}$. Al aumentar la masa, lo hace también T .

Página 103. Actividad 1

Completa las siguientes frases:

- Un movimiento periódico es cualquier movimiento que se repita *cíclicamente*.
- La frecuencia de un movimiento periódico es el número de *ciclos completos* en cada *unidad de tiempo*.
- La velocidad máxima de una partícula que experimenta un movimiento armónico simple es igual a *la amplitud multiplicada por la pulsación o frecuencia angular*.
- Para una amplitud dada de una oscilación, la energía total de la masa que oscila en el extremo de un muelle es independiente de *la masa*.
- La frecuencia de un péndulo simple es independiente de *la masa*.

Página 103. Actividad 2

Sol.:

<i>A</i>	<i>2</i>
<i>B</i>	<i>4</i>
<i>C</i>	<i>1</i>
<i>D</i>	<i>3</i>
<i>E</i>	<i>5</i>
<i>F</i>	<i>6</i>

Página 103. Actividad 3

Un cuerpo de 20 kg colgado de un muelle helicoidal oscila con una amplitud de 3cm. Sabiendo que la constante elástica del muelle es 4900 N/m, determina:

- a) La frecuencia del movimiento.
- b) El valor máximo de la fuerza recuperadora.
- c) La energía cinética máxima del oscilador.

Sol.:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{4900}{20}} \text{ rad/s}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4900}{20}} = 2.49 \text{ Hz}$$

$$F_{\text{máx}} = k \cdot A = 4900 \text{ Nm}^{-1} \cdot 0.03 \text{ m} = 147 \text{ N}$$

$$E_{c \text{ máx}} = E_{p \text{ máx}} = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} 4900 \frac{\text{N}}{\text{m}} (0.03 \text{ m})^2 = 2.2 \text{ J}$$

Página 103. Actividad 4

Escribe la ecuación de un m.a.s. sabiendo que posee una amplitud de 15 cm, una frecuencia de 4Hz y que para $t=0$, el móvil se encuentra en el punto medio de la amplitud.

Sol.:

$$x = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)$$

$$\frac{A}{2} = A \operatorname{sen}(\omega \cdot 0 + \varphi_0)$$

$$\operatorname{sen} \varphi_0 = \frac{1}{2} \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \operatorname{rad}$$

$$\omega = 2\pi f \quad \omega = 2\pi 4 = 8\pi \operatorname{rad} / s$$

$$x(t) = 0'15 \operatorname{sen}\left(8\pi t + \frac{\pi}{6}\right) m$$

Página 103. Actividad 5

Una partícula de 2kg de masa se mueve en una dimensión de acuerdo con la ecuación: $x(t) = 2\operatorname{sen}10t$ (m). Calcula las siguientes magnitudes:

- La aceleración de la partícula en función del tiempo.
- La constante k del muelle.
- La energía total de la partícula.

Sol.:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 20 \cos 10t (m/s)$$

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = -200 \operatorname{sen} 10t (m/s^2)$$

$$k = m\omega^2 = 2 \operatorname{kg} \left(10 \frac{\operatorname{rad}}{s}\right)^2 = 200 N/m$$

$$E_t = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} 200 \frac{N}{m} (2m)^2 = 400 J$$

Página 103. Actividad 6

Una partícula de 0'5kg que describe un m.a.s. de frecuencia $5/\pi$ Hz tiene, inicialmente, una energía cinética de 0'2J y una energía potencial de 0'8J. Calcula:

- La posición y velocidad iniciales, así como la amplitud de la oscilación y la velocidad máxima.
- El valor de la elongación en el instante en que las energías cinética y potencial son iguales.

Sol.:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{5}{\pi} = 10 \text{ rad/s}$$

$$k = 0'5 \text{ kg} \left(10 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)^2 = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 \quad 0'8 = \frac{1}{2} 50x^2 \quad x = 0'18 \text{ m}$$

$$E_v = \frac{1}{2} mv^2 \quad v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0'2}{0'5}} = 0'89 \text{ m/s}$$

$$E_m = \frac{1}{2} kA^2 \quad 1 = \frac{1}{2} 50A^2 \quad A = 0'2 \text{ m}$$

$$\frac{1}{2} mv_{\text{máx}}^2 = \frac{1}{2} kA^2 \quad v_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{kA^2}{m}} = \sqrt{\frac{50 \cdot 0'2^2}{0'5}} = 2 \text{ m/s}$$

$$\frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} k(A^2 - x^2)$$

$$x^2 = A^2 - x^2 \quad 2x^2 = A^2$$

$$x = \sqrt{\frac{A^2}{2}} = \sqrt{\frac{0'04}{2}} = 0'14 \text{ m}$$

Página 103. Actividad 7

Un punto material está animado de un m.a.s. a lo largo del eje x , alrededor de su posición de equilibrio en $x=0$. En el instante $t=0$, el punto material está situado en $x=0$ y se desplaza en el sentido negativo del eje X con una velocidad de 40cms^{-1} . La frecuencia del movimiento es de 5Hz. Determina:

- La posición en función del tiempo.
- La posición y velocidad en el instante $t=5\text{s}$.

Sol.:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 5 = 10\pi \text{ rad/s}$$

Si $t=0$ y $x=0$ entonces

$$X(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$0 = A \sin \varphi_0 \rightarrow \varphi_0 = 0 \text{ ó } \varphi_0 = \pi$$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} \quad v = A 10\pi \cos(10\pi t + \pi) \quad -40 = A 10\pi(-1)$$

$$A = \frac{40}{10\pi} = 1'27 \text{ cm}$$

$$x(t) = 1'27 * 10^{-2} \sin(10\pi t + \pi) \text{ (m)}$$

$$t = 5\text{s} \rightarrow x = 1'27 * 10^{-2} \sin(50\pi + \pi) = 0$$

$$t = 5\text{s} \rightarrow v = 1'27 * 10^{-2} * 10\pi \cos(50\pi + \pi) = -0'4 \text{ m/s}$$

Página 109. Cuestión 2

Sólo con los datos de la frecuencia y la velocidad de propagación de una onda, es suficiente para disponer de una rica información a cerca del movimiento ondulatorio?.

Suponer que la frecuencia es 10 Hz y la velocidad de propagación 20 m/s.

¿A qué distancia de un punto P se encontrará el punto más cercano que esté en fase con el mencionado punto P? ¿Y el que esté en oposición de fase?

Si, en un instante dado, el punto oscilante P está pasando por su posición de equilibrio, ¿qué se podría decir del estado vibratorio de otro punto que se encuentre a una distancia de 3'2 m de P? (utilizar únicamente el calculo mental).

$$\text{Sol.: } y = A \sin(2\pi/T - 2\pi x/vT)$$

A una longitud de onda $vT = 2\text{m}$; a media longitud de onda.

Está a algo más de longitud y media de onda, por lo tanto, posee una elongación y velocidad negativa (aún no ha alcanzado el punto más bajo).

Página 109. Cuestión 3

La figura representa un movimiento ondulatorio en un instante dado. Explicar toda la información posible sobre el estado vibratorio del punto P. Indicar otro punto, a la derecha de P, cuya fase difiera π radianes de la fase de P.

Sol.: Su elongación es negativa, sin llegar a ser $-A$; se mueve hacia abajo.

Página 116. Cuestión

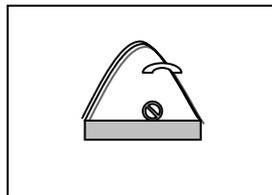
Explicar por qué se puede oír una conversación a través de una puerta ligeramente entreabierta.

Sol.: Ocurre debido al fenómeno de la difracción.

Página 124. Cuestión 1

Introducimos un timbre eléctrico dentro de una campana, como se indica en la figura, y vamos extrayendo el aire del interior hasta hacer prácticamente el vacío. ¿Qué ocurrirá con la intensidad sonora percibida en el exterior a la campana?. Explicar razonadamente la respuesta.

Sol.: Irá disminuyendo al ir disminuyendo la densidad del gas. Cuando menor sea ésta, menos vibraciones habrá y menos transferencia de energía del vibrador al medio.

**Página 124. Cuestión 2**

Para que el oído humano distinga un sonido de otro es necesario que el intervalo temporal con que llegan sea, al menos, de 0'1s. Tomando en cuenta este dato, ¿cómo se puede explicar el eco que a veces oímos?

Sol.: Porque la distancia del objeto en la que el sonido se refleja es superior a 17m (velocidad del sonido, 340m/s)

Página 125. Actividad 1

En el extremo libre de un hilo tenso se producen ondas de amplitud 0'02 m y frecuencia 10 Hz. Las ondas, que se propagan con velocidad de 12 m/s, se reflejan en el otro extremo del hilo, que se encuentra fijo. Determinar las características de las ondas en el hilo.

¿Qué ocurriría si los dos extremos del hilo estuvieran fijos?

Sol.:

Se indican las condiciones para que en el hilo se produzcan ondas estacionarias.

Podemos calcular, por tanto, la distancia entre nodos o entre antinodos.

En efecto, $\lambda = vT = v/f = 12/10 = 1'2 \text{ m}$

Cada 0'6 m se irán alternando nodos y antinodos (en el extremo fijo habrá un nodo y en el extremo libre un antinodo).

Por otra parte, la amplitud de los antinodos sería $2 \cdot A = 0'04 \text{ m}$.

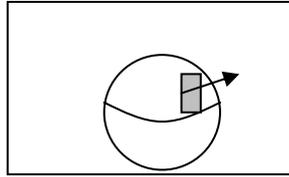
En el caso de que el hilo tuviera fijo los dos extremos, también se producirían ondas estacionarias si la longitud del hilo cumple la condición de cuantificación.

Es decir,

$$L = n \cdot 1'2/2 = n \cdot 0'6.$$

Página 125. Actividad 2

Supongamos que una pequeña parte del frente de onda de la onda sonora tratada en el ejemplo anterior, que, aproximadamente, la pudiéramos considerar como plana, penetra en un medio cuyo coeficiente de absorción para esta onda vale $0'05 \cdot 10^2 \text{ m}^{-1}$. Hallar la intensidad sonora y el nivel de intensidad sonora cuando el mencionado frente de onda plano haya recorrido una distancia de $0'1 \text{ m}$.



Sol.:

La absorción en este frente de onda viene dado por la expresión

$$I = I_0 \cdot e^{-\alpha x}$$

O sea,

$$I = 0'08 e^{-5 \cdot 0'1} = 0'05 \text{ W/m}^2.$$

El nivel de intensidad será:

$$\beta = 10 \log(5 \cdot 10^{-2} / 10^{-12}) = 10 (\log 5 + 10) = 107 \text{ db}.$$

Página 125. Actividad 3

Indica si es VERDADERO O FALSO y razona la respuesta.

- La luz procedente del Sol es una onda mecánica puesto que puede propagarse en el vacío. **FALSO**
- Las ondas electromagnéticas como el sonido necesitan un medio material para propagarse. **FALSO**
- El movimiento ondulatorio que se produce en la superficie del agua es de tipo transversal puesto que las partículas vibran perpendicularmente a la dirección de propagación. **VERDADERO**
- La longitud de onda es una magnitud que se mide en hertzios. **FALSO**
- De dos ondas con el mismo período es más rápida la que tiene mayor longitud de onda. **VERDADERO**
- La frecuencia es inversa del período y se mide en segundos. **FALSO**

Página 125. Actividad 5

Escribe la ecuación de una onda que se propaga en el sentido positivo del eje X y que tiene las siguientes características: $0'5 \text{ Hz}$ de frecuencia, 100 m/s de velocidad y $0'2 \text{ m}$ de amplitud.

Sol.:

$$y(x,t) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0'5} = 2$$

$$\lambda = \frac{100}{0'5} = 200 \text{ m}$$

$$y(x,t) = 0'2 \sin 2\pi \left(\frac{t}{2} - \frac{x}{200} \right)$$

Página 125. Actividad 6

Una pequeña fuente sonora emite en el espacio con una potencia uniformemente distribuida en todas las direcciones.

- a) Si nos vamos alejando de la fuente, la intensidad sonora que percibimos disminuye. Explica este fenómeno. ¿Cómo depende de la distancia a la fuente la amplitud de la onda? ¿Y la intensidad?
- b) Si la fuente sonora emite con 10W de potencia, ¿a qué distancia tendrá la onda una intensidad de $0,1 \text{ Wm}^{-2}$?

Sol.: La intensidad de una onda sonora en un punto se define como la energía que atraviesa perpendicularmente la unidad de superficie colocada en dicho punto en la unidad de tiempo. La disminución que experimenta la intensidad de la onda sonora, recibe el nombre de

$$I = \frac{E}{S \cdot t} = \frac{P}{S}$$

ATENUACIÓN, y es debida a que la misma energía se reparte, en cada frente de onda, entre mayor número de partículas: las partículas vibran, a medida que nos alejamos de la fuente, con menor energía, y con menor amplitud.

$$I_1/I_2 = r_2^2/r_1^2$$

$$A_1/A_2 = r_2/r_1$$

La amplitud de la onda es inversamente proporcional a la distancia a la fuente. La intensidad de la onda en un punto es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia a la fuente sonora.

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

$$r = \sqrt{\frac{P}{4\pi I}} = \sqrt{\frac{10}{4\pi \cdot 0,1}} = 2,82 \text{ m}$$

Página 125. Actividad 7

Dos focos puntuales emiten ondas transversales de igual amplitud y en fase. Su frecuencia es de 25 Hz y la velocidad de propagación de 3,5m/s. ¿Cómo será la interferencia de ambas ondas en un punto que dista 80cm de uno de los focos y 45cm del otro?

Sol.:

$$y_1 = A \cos(\omega t - kx_1)$$

$$\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$$

$$y_2 = A \cos(\omega t - kx_2)$$

$$y = 2A \cos \left[\omega t - \frac{k(x_1 + x_2)}{2} \right] \cos \frac{k(x_2 - x_1)}{2}$$

$$y = 2A \cos \frac{\pi(x_2 - x_1)}{\lambda} \cos \left[\omega t - \frac{\pi(x_1 + x_2)}{\lambda} \right]$$

$$A_r = 2A \cos \frac{\pi(x_2 - x_1)}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{35}{25} = 0.14 \text{ m}$$

$$A_r = 2A \cos \frac{\pi(0.80 - 0.45)}{0.14} = 2A \cos 2.5\pi = 0$$

La interferencia en ese punto es **DESTRUCTIVA**, ya que la diferencia de distancias a los focos es un número impar de semilongitudes de onda.

Página 125. Actividad 8

Un diapasón que vibra con una frecuencia de 1000 Hz se sitúa encima de un tubo de vidrio que contiene agua y cuyo nivel se puede descender a voluntad. El primer máximo de intensidad se percibe cuando el nivel del agua está 8 cm por debajo del borde superior del tubo. Si se continúa descendiendo el nivel del agua, se observa otro refuerzo del sonido a 25 cm del borde.

Determina con estos datos la velocidad del sonido en el aire.

Sol.: Se producen máximos de intensidad cuando la columna de aire vibra con la misma frecuencia que el diapasón, es decir, cuando diapasón y columna de aire están en resonancia.

$$\frac{\lambda}{4} = 8$$

$$\frac{3\lambda}{4} - \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{2}$$

$$\frac{3\lambda}{4} = 25$$

$$\frac{\lambda}{2} = 25 - 8$$

$$\lambda = 34 \text{ cm}$$

$$v = \lambda f = 0.34 \text{ m} \cdot 1000 \text{ s}^{-1} = 340 \text{ m/s}$$

V. OTROS EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS (CON SOLUCIONES)

EJERCICIO 1P

Completa la siguientes cuestiones:

Un movimiento ondulatorio es *la propagación* de una perturbación que es *periódica* respecto al espacio y *respecto* al tiempo, en el que se produce una transferencia de energía sin *desplazamiento* neto de materia.

Las partículas pueden vibrar *perpendicularmente* a la dirección de propagación como sucede en el agua de un estanque al agitarla, en estos casos se trata de *ondas transversales*.

Si las partículas vibran en la *misma* dirección como sucede con el sonido las ondas se llaman *longitudinales*.

El sonido es un movimiento *ondulatorio* que necesita *un medio* para propagarse, este tipo de ondas se denominan *mecánicas*.

La luz es otro tipo de *ondas*. No necesita *un medio* para poder propagarse ya que lo hace en *el vacío*, se trata de ondas *electromagnéticas*.

Cuando la luz llega a la superficie de separación de dos medios parte de ella regresa al primer medio, *se refleja*, y parte pasa al segundo medio cambian de dirección, *se refracta*.

EJERCICIO 2P

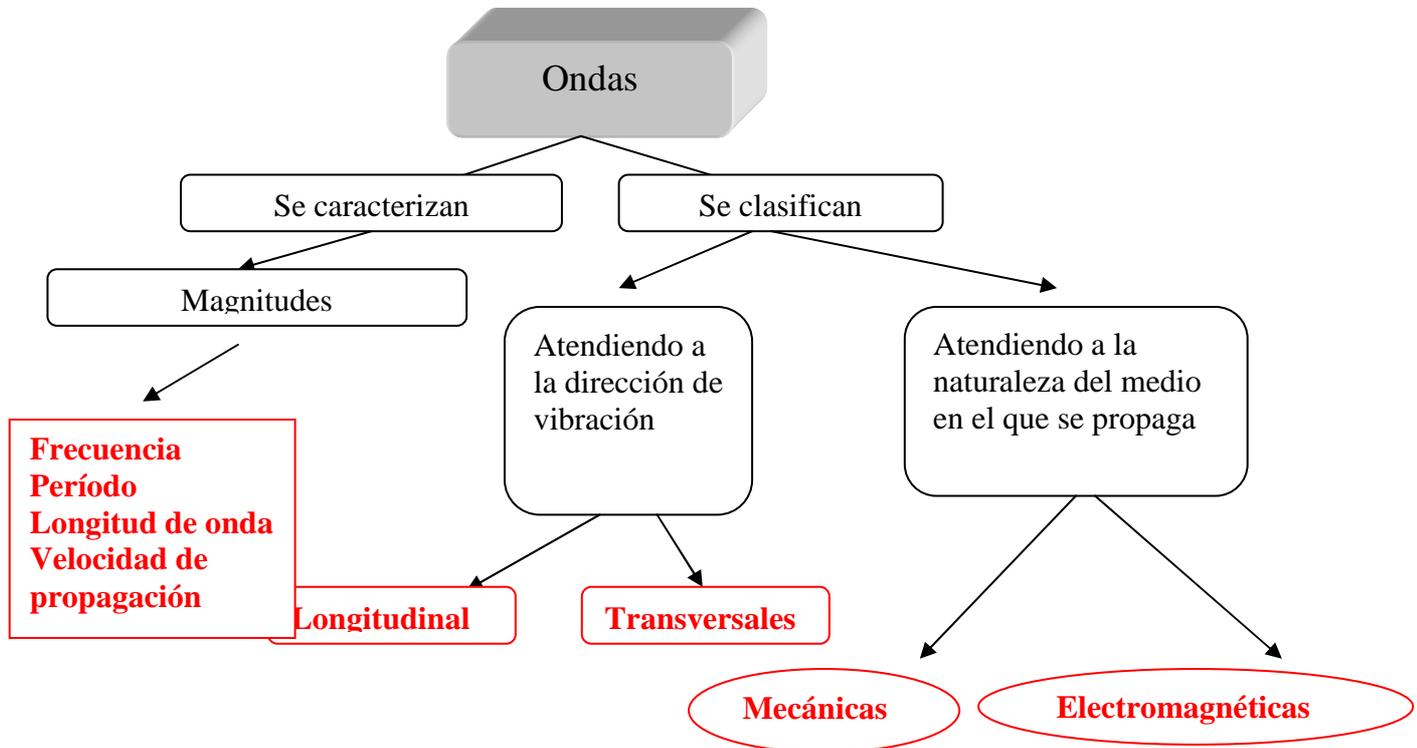
Frases truncadas.

- | | |
|--|---|
| A. La velocidad de propagación de una onda armónica es igual | 1. la onda producida está polarizada |
| B. Cuando una onda se refracta | 2. cuando la diferencia de caminos es un múltiplo impar de semilongitudes de onda |
| C. Cuando se hace vibrar el extremo de una cuerda y se origina una onda transversal que se propaga por la cuerda sólo en un plano vertical | 3. a su longitud de onda multiplicado por el período |
| D. Se presenta un máximo de interferencia | 4. se llaman nodos |
| E. Se presenta un mínimo de interferencia | 5. No varía su frecuencia |
| F. En una onda estacionaria hay puntos del medio que no vibran | 6. se llaman vientres o antinodos |
| G. En una onda estacionaria hay puntos del medio que vibran con una amplitud máxima | 7. cuando la diferencia de caminos es un múltiplo par de la longitud de onda |

A	B	C	D	E	F	G
3	5	1	7	2	4	6

EJERCICIO 3P

Completa el siguientes mapa conceptual



VI. UN EJEMPLO DE PROBLEMA ABIERTO

Hemos instalado el aparato musical en nuestra habitación y nos preocupa la incomodidad que puede originar en la habitación vecina de la que nos separa una pared. Podemos suponer que, en el peor de los casos, la bocina del altavoz proyecta sobre la pared de separación de ambas habitaciones toda la energía sonora que el aparato genera. Estamos interesados en hacer una estimación de la placa aislante que deberíamos aplicar a aquella pared para que, en la habitación vecina, el nivel de intensidad sonora sea prácticamente inaudible.

Solución:

a) *Análisis verbal*

En cualquier punto de la pared se percibirá un nivel de intensidad sonora muy elevado.

La solución pedida se podrá orientar haciendo una estimación de la naturaleza y grosor de la placa aislante que hemos de instalar.

Será necesario, por tanto, calcular la intensidad sonora que la pared recibe del altavoz y conocer cuál debe ser la intensidad que se transmita al otro lado de la habitación para que el nivel de intensidad correspondiente sea prácticamente nulo.

b) *Tabla de datos*

- *Potencia máxima de salida del altavoz, $P=10\text{ W}$*
- *Dimensiones de la pared, $S=4 \times 3\text{ m}^2$*
- *Coefficiente de absorción del aislante, $\alpha=1'6 \cdot 10^2\text{ m}^{-1}$.*

Se pide el grosor, x , que ha de tener la placa aislante

c) *Resolución*

Intensidad sonora recibida en la pared, $I=P/S=10/12=0'83\text{ W/m}^2$

Nivel de intensidad, $\beta=10 \log I/I_0 = 10 \log 0'83/10^{-12} = 119\text{ db}$

(se trata de un nivel de intensidad sonora calificado en tablas empíricas de sensaciones acústicas como de 'ensordecedor')

Deseamos que en la habitación vecina sea $\beta \approx 0$, es decir, que $I=10^{-12}\text{ W/m}^2$.

Por lo tanto, como $I=I_0 e^{-\alpha x}$, tendremos que

$$10^{-12} = 0'83 e^{-160x} \quad \text{de donde}$$

$$e^{-160x} = (1/0'83) 10^{-12} = 1'2 \cdot 10^{-12}$$

O sea,

$$-160x = \text{Ln}(1'2 \cdot 10^{-12}) = -27'4$$

En definitiva,

$$x = 0'17\text{ m.}$$

(Interpretar el resultado y relacionarlo con los problemas de la contaminación sonora y su dependencia de la educación ciudadana).

VII. TEST DE CONOCIMIENTOS Y TEST DE APLICACIÓN

Página 103. Test de conocimiento

1. Los cuatro amortiguadores (situados encima de cada rueda de un automóvil), soportan el peso de 10.000N de éste. De los tres valores de constantes recuperadoras que se dan a continuación, ¿cuál crees que es la que corresponde a los amortiguadores antes mencionados?: 50N/m, 500N/m, 50.000N/m. Razona la respuesta.

Sol.: 50.000N/m, ya que el muelle se comprime 5cm por el peso del auto.

2. Un cuerpo de 2 kg oscila sometido a la fuerza elástica de un muelle de constante recuperadora 160N/m. Halla la frecuencia natural de este sistema. Se dice que existe resonancia cuando el sistema oscilatorio recibe impulsos con la misma frecuencia que la frecuencia natural. Con esta idea explica por qué unas veces sí y otras no, percibimos una fuerte vibración de los cristales de una ventana al pasar los vehículos por la calle.

Sol.: $\nu=1,42$ Hz.

3. El mecanismo de lanzamiento de un cañoncito de juguete consta de un muelle elástico de constante recuperadora 128N/m. Si el muelle se comprime 5cm para lanzar proyectiles de 20gr, ¿a qué velocidad salen de la boca del cañón? No tener en cuenta el rozamiento.

Sol.: $E_{p\text{máx}}=E_{k\text{máx}}$

$$\frac{1}{2} \kappa A^2 = \frac{1}{2} m v_{\text{máx}}^2$$

$$v_{\text{máx}} = A \sqrt{\kappa/m}$$

4. La biela de una locomotora posee un m.a.s. de ecuación $x=0,3 \text{ sen } 16\pi t$. ¿Qué velocidad angular transmite a la rueda? ¿Con qué velocidad lineal se moverá?

Sol.: $\omega=16\pi=50,24$ rad/s

$$V = \omega r = 50,24 \cdot 0,3 = 15,1 \text{ m/s} = 54,3 \text{ km/h.}$$

Página 125. Test de conocimiento

1	a	b	c	d
2	a	b	c	d
3	a	b	c	d
4	a	b	c	d
5	a	b	c	d
6	a	b	c	d
7	a	b	c	d
8	a	b	c	d
9	a	b	c	d
10	a	b	c	d
11	a	b	c	d
12	a	b	c	d
13	a	b	c	d
14	a	b	c	d
15	a	b	c	d
16	a	b	c	d
17	a	b	c	d
18	a	b	c	d
19	a	b	c	d
20	a	b	c	d
21	a	b	c	d
22	a	b	c	d
23	a	b	c	d
24	a	b	c	d
25	a	b	c	d
26	a	b	c	d
27	a	b	c	d
28	a	b	c	d
29	a	b	c	d

Página 127. Test de aplicación

1. Nos encontramos de excursión por el campo y a lo lejos se divisa un acantilado. Comprobamos que la pared del acantilado produce eco. Explicar cómo se puede calcular a qué distancia se encuentra.

Sol.: Conociendo la velocidad del sonido y el tiempo que transcurre desde que emitimos una palabra hasta que escuchamos el eco.

2. Las exploraciones auditivas se hacen a las personas mediante la utilización de un aparato llamado audímetro. ¿Qué magnitudes se deben manejar con este aparato para que la exploración sea completa?

Sol.: β y f .

VIII. ACTIVIDADES SOBRE LECTURAS COMPLEMENTARIAS

Las ondas sísmicas

1. Hacer un subrayado estructural en el margen de la lectura.
2. Hace un esquema con los tipos de ondas sísmicas.
3. Dibujar un esquema en donde aparezca: el foco del sismo, las ondas P y S, el epicentro y las ondas superficiales.
4. Dibujar un esquema que aclare la forma que se describe en la lectura para la localización del epicentro.
5. Explicar de forma sucinta cómo las ondas P y S pueden ser utilizadas tanto para el análisis de la corteza terrestre como para la localización de depósitos de combustibles fósiles.

IX. PROPUESTA DE UNA EXPERIENCIA DE LABORATORIO

Propuesta 1

Se sabe que el período del m.a.s de un cuerpo sometido a la fuerza recuperadora de un muelle elástico es

$$T=2\pi\sqrt{m/k}$$

siendo m la masa del cuerpo y k la constante de recuperación del muelle.

Proponer un diseño experimental para comprobar que el resultado que se obtiene con la aplicación de dicha fórmula es correcto, dentro de los márgenes de los errores propios de la experiencia

Propuesta 2

Comprobar que en un movimiento ondulatorio hay un transporte de energía pero no de materia.

Deposita un corcho en un recipiente con agua lo suficientemente grande para que pueda moverse con facilidad. Deja caer una piedra sobre él, observa que se produce sobre el agua un movimiento ondulatorio. El corcho empieza a moverse arriba y abajo. Con ello podemos deducir las propiedades que caracterizan este movimiento.

En un movimiento no hay desplazamiento ya que el corcho se mueve siempre entorno a su posición inicial.

Si existe desplazamiento de energía, ésta se utiliza en la transmisión del movimiento.

Propuesta 3

Es fácil comprobar experimentalmente que cuanto mayor es la tensión que estira una cuerda, mayor es la velocidad con la que se propagan en ella las ondas transversales. Proponer un diseño con el que se obtenga la comprobación de esta hipótesis, es decir, la relación existente entre la tensión de la cuerda y la velocidad de propagación de las ondas transversales que se generen en ella.

Advertencia: no es aconsejable plantear un diseño en el que se mida directamente la velocidad (es muy difícil medir esta velocidad en distancias cortas); por lo tanto, hay que idear una

forma indirecta de hacerlo (es decir, medir otras magnitudes, de las cuyos datos se pueda obtener el deseado de la velocidad).

Propuesta 4

CREAMOS ONDAS Y DETERMINAMOS SU ECUACIÓN.

Desarrollo cualitativo:

- En grupos de, al menos, 10 alumnos, hacer ondas transversales y longitudinales, en las que las partículas vibrantes sean los propios alumnos (recordar que la vibración debe propagarse de una partícula a otra, para lo cual se necesita que las partículas estén unidas con cierta elasticidad)

NOTAS PARA EL PROFESOR: ante la proposición que se les hace, los alumnos suelen idear diferentes maneras de crear sus propias ondas. Lo más frecuente es que decidan cogerse de las manos de los brazos o de los hombros. Generalmente hay que insistir en la idea de que la vibración debe propagarse a partir de la vibración del foco solamente y que una partícula distinta del foco solo deberá vibrar como consecuencia de que se vea forzada a ello por la vibración de la partícula (persona) precedente, simplemente dejándose llevar pero sin hacer el movimiento voluntariamente. La imaginación de nuestros alumnos nos hará disfrutar con sus ideas.

Desarrollo cuantitativo:

- Determinar la ecuación de la onda formada, midiendo con un reloj el periodo y determinando la longitud de la onda a partir de la velocidad de propagación y del periodo.
- Calcular la elongación de la cuarta persona de la onda dos horas después de comenzada la vibración (en el caso de que siguiéramos vibrando)

NOTAS PARA EL PROFESOR: La medida de la longitud de la onda directamente con el metro no suele salir bien, por ello se propone medirla indirectamente determinando la velocidad de propagación (que es muy fácil de medir por ser una velocidad constante) y multiplicándola por el periodo (para medir el periodo es conveniente medir el tiempo de, por ejemplo, 10 vibraciones completas y dividir por diez).

X. DIRECCIONES DE INTERNET

1.Elementos de una onda

<http://home.a-city.de/walter.fendt/physesp/pendulo.htm>

2. Dinámica del mas

http://www.edu.aytolacoruna.es/aula/fisica/applets/Hwang/ntnujava/springForce/springForce_s.htm

3. Ecuación del más

http://www.edu.aytolacoruna.es/aula/fisica/applets/Hwang/ntnujava/shm/shm_s.htm

4. Velocidad y aceleración en el mas

<http://home.a-city.de/walter.fendt/physesp/muelle.htm>

5 Energía de un cuerpo con más

<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/oscilaciones/mas/mas.htm#Curvas%20de%20energía%20potencial>

6.Los fenómenos Ondulatorios.

http://www.edu.aytolacoruna.es/aula/fisica/applets/Hwang/ntnujava/waveType/waveType_s.htm

7. Principio de Huygens. Reflexión y refracción

[.http://home.a-city.de/walter.fendt/physesp/huygensesp.htm](http://home.a-city.de/walter.fendt/physesp/huygensesp.htm)

8 Interferencia

<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/ondas/Interferencia1/interferencia1.html>

9 Difracción

<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/ondas/difraccion/difraccion.html>

10. Superposición

http://www.edu.aytolacoruna.es/aula/fisica/applets/Hwang/ntnujava/waveSuperposition/waveSuperposition_s.htm

11 El sonido

http://www.edu.aytolacoruna.es/aula/fisica/applets/Hwang/ntnujava/airplane/airplane_s.htm