COMPLEMENTOS AL BLOQUE 7: FÍSICA MODERNA

1. TRANSFORMACIÓN DE VELOCIDADES.

En el plano XY de un sistema de referencia O se mueve una partícula con velocidad V cuyas componentes según los ejes son V_x y V_y,. Vamos a hallar la velocidad de esta partícula en el sistema O´ que se mueve con velocidad v paralela al eje x como indica la figura.

$$V_x' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx'}{dt}\frac{1}{\frac{dt'}{dt}} \quad \text{pero} \quad \frac{dx'}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{x - vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) = \frac{V_x - v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{y} \quad \frac{dt'}{dt} = \frac{1-\frac{v}{c^2}V_x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Sustituyendo en la expresión de $V_x´$ tenemos: $V'_x = \dfrac{V_x - v}{1-\frac{v}{c^2}V_x}$

Calculo de $V_y´$ por definición $V´_y = \dfrac{dy'}{dt'} = \dfrac{dy'}{dt}\dfrac{1}{\frac{dt'}{dt}} = V_y \dfrac{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1-\frac{v}{c^2}V_x}$

Estas fórmulas expresan la llamada ley relativista de la transformación de la velocidad. Para velocidades pequeñas $V \prec\prec c$ y $v \prec\prec c$ se obtienen las transformaciones de Galileo.

EJEMPLO 1

Demostrar que la velocidad de la luz es constante en todos los sistemas de referencia inerciales, independientemente de la dirección de propagación.

Sol.:

Supongamos que el sistema O´ se mueve con velocidad v respecto de O, paralela al eje x (según muestra la figura). La velocidad de la luz respecto O es c, que, en general, tendrá dos componentes c_x y c_y ,cuyas transformadas según la ley de composición de velocidades relativista serán:

$$c'_x = \frac{c_x - v}{1-\frac{v}{c^2}c_x} \qquad c'_y = c_y \frac{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1-\frac{v}{c^2}c_x}$$

El módulo de la velocidad viene dado por $\sqrt{c_x'^2 + c_y'^2}$

Elevando al cuadrado las componentes y sumando:

$$c_x'^2 + c_y'^2 = \frac{\left(c_x - v\right)^2 + c_y^2(1-\frac{v^2}{c^2})}{\left(1-\frac{v}{c^2}c_x\right)^2}$$

Vamos a operar solo con el numerador

$$c_x^2 + v^2 - 2vc_x + c_y^2 - c_y^2\frac{v^2}{c^2} = c^2 + v^2 - 2vc_x - (c^2 - c_x^2)\frac{v^2}{c^2} =$$

$$c^2 - 2vc_x + \frac{v^2}{c^2}c_x^2 = c^2(1 - 2\frac{v}{c^2}c_x + \frac{v^2}{c^4}c_x^2) = c^2(1 - \frac{v}{c^2}c_x)^2$$

Sustituyendo en la expresión que nos da el módulo de la velocidad tenemos: $c_x'^2 + c_y'^2 = c^2$

Cuestión 1
Demostrar que la velocidad de la luz es constante en dos SRI cuando se mueve en la misma dirección en que se mueve el sistema de referencia.

EJEMPLO 2
Dos naves moviéndose en la misma dirección pero sentidos contrarios se acercan a la Tierra con velocidades de 6c y 0,8c respectivamente. Calcular la velocidad de una nave respecto de la otra.

Sol.:
Tomemos como sistema de referencia fijo el ligado a la nave que se acerca a la Tierra por la izquierda según la figura. La Tierra se acercará entonces a la nave con velocidad de 0,6c y la otra nave se mueve con velocidad v que es la que vamos a calcular.
Aplicamos la ley de composición de velocidades relativista:

$$v_x' = \frac{v_x - v}{1 - \frac{v}{c^2}v_x} = \frac{0{,}6c - (-0{,}8c)}{1 - \frac{-0{,}8c}{c^2}0{,}6c} = 0{,}946c$$

2. DINÁMICA RELATIVISATA

En la dinámica clásica se define la cantidad de movimiento de una partícula como **p**=m**v**, siendo la masa constante e independiente de la velocidad. Sin embargo en relatividad la masa de la partícula no puede ser independiente de la velocidad, ya que si lo fuese aplicando una fuerza F durante suficiente tiempo la partícula podría alcanzar velocidades superior a la de la luz, y esto es imposible ya que c es una cota máxima.
En la teoría de la relatividad especial se puede demostrar que la masa de la partícula depende de la velocidad y que m viene dada por la expresión:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

donde m_0 es la masa de la partícula en reposo, v la velocidad de la partícula respecto del sistema y c la velocidad de la luz.
Esta dependencia de la masa con la velocidad ha sido confirmada por muchos experimentos con partículas de altas energías tales como protones y electrones rápidos. Si v<<<c entonces m= m_0 coincidiendo con la mecánica clásica.

Cuestión 2

Citar algún argumento que justifique que en la TR la masa dependa de la velocidad.

EJEMPLO 3
Calcular la masa de un astronauta que se mueve con una velocidad de v=0,8c, si su masa en la Tierra es de 70 Kg.

Sol.:

La dependencia de la masa con la velocidad viene dada por: $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$

Sustituyendo valores tenemos: $m = \dfrac{70kg}{\sqrt{1-\dfrac{0{,}8^2 c^2}{c^2}}} = 116{,}66kg.$

2.1.- Fuerza

En la mecánica clásica se definió la fuerza como $\dfrac{dp}{dt}$ y como la masa era constante teníamos: (**VECTORES**)

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}(mv) = m\frac{dv}{dt} = ma$$

Pero en la teoría de la relatividad hemos visto que m depende de la velocidad y manteniendo nuestra definición de fuerza tendremos:

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}v\right)$$

En lugar de desarrollar esta derivada para calcular la fuerza vamos a considerar dos casos: uno el movimiento rectilíneo donde sólo habrá aceleración tangencial, ya que solo puede variar el módulo de la velocidad, y otro, el movimiento circular uniforme, donde sólo habrá aceleración normal. Cualquier otro movimiento se puede suponer suma vectorial de los dos anteriores.

En el movimiento rectilíneo podemos prescindir del carácter vectorial y tendremos:

$$F = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}\right) = \frac{m_0}{\left(1-\dfrac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}\frac{dv}{dt} = \frac{m}{1-\dfrac{v^2}{c^2}}\frac{dv}{dt}$$

El término dv/dt es el cambio del módulo de la velocidad, y por tanto la aceleración tangencial. En este caso tendremos: $F_T = \dfrac{m}{1-\dfrac{v^2}{c^2}}a_T$

Si consideramos ahora el movimiento circular y uniforme tendremos que:

$$F = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}v\right) = \frac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}\frac{dv}{dt}$$

El término $\dfrac{dv}{dt}$ es la aceleración normal, ya que la velocidad sólo cambia en dirección y $a_n = \dfrac{v^2}{R}$

En consecuencia tendremos $F_n = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}\dfrac{v^2}{R} = m\dfrac{v^2}{R}$

En un movimiento curvilíneo en general habrá tanto aceleración normal como tangencial, y las componentes de las fuerzas vendrán dadas por las expresiones anteriores. Es evidente que la fuerza no es paralela a la aceleración ya que los coeficientes de a_t y a_n son diferentes.

2.2.- Trabajo y energía

Vamos a calcular la energía cinética de una partícula que parte del reposo. Según el teorema de las fuerzas vivas o teorema de trabajo y energía cinética, el trabajo realizado por las fuerzas que actúan sobre una partícula es igual al incremento de la energía cinética. Si la partícula parte del reposo su energía cinética inicial será nula y, en consecuencia, la energía cinética final será igual al trabajo realizado por las fuerzas.
Recordando que sólo la componente tangencial de la fuerza realiza trabajo tenemos:

$$E_c = W = \int_0^v F_t.ds = \int_0^v \frac{d}{dt}(mv).ds = \int_0^v v.d(mv)$$

integrando por partes:

$$\mathrm{W} = mv^2 - \int_0^v mv.dv = \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} - \int_0^v \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}.dv = \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} + m_0 c^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} - m_0 c^2 =$$

$$\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2 = (m-m_0)c^2 .$$

El resultado indica que la ganancia en energía cinética puede ser considerada como una ganancia en masa, como resultado de la dependencia de la masa con la velocidad. Para v<<<c coincide esta expresión con la energía cinética clásica.

OTRAS CUESTIONES

Cuestión 3
Calcular el tamaño que tendría un átomo si su núcleo tuviese el tamaño de una naranja.

Cuestión 4
¿Cuáles son las características de la fuerza nuclear?

Cuestión 5
Cuando un isótopo inestable tiene exceso de neutrones con respecto a sus isótopos estables,)qué tipo de radiación emitirá con mayor probabilidad?.

Cuestión 6
¿Cómo puede interpretarse este resultado imprevisto?

Cuestión 7
Establecer una comparación entre la energía liberada en la fisión de un núcleo de 235U y la liberada en la combustión de una molécula de octano (constituyente de la gasolina). Utiliza como datos los de una tabla de entalpías molares de combustión.

Cuestión 8
En 1942, el físico italiano Enrico Fermi logró la primera reacción en cadena autosostenida, iniciándose de este modo la liberación controlada de la energía nuclear.)Con qué problemas se topó antes de lograrlo?.

LECTURAS COMPLEMENTARIAS

La memoria de los relieves desaparecidos (N. Arnaud., Mundo Científico, 197, enero 1999, 30-34)
La desintegración radiactiva hace de las rocas y los minerales relojes de arena naturales. Los granos de arena de arriba representan los elementos iniciales antes de la desintegración, o elementos padres. Los que han caído son los elementos producidos en la desintegración, o elementos hijos. Como cada grano tarda aproximadamente el mismo tiempo en pasar, se deduce el tiempo necesario para el paso de todos los granos. Lo mismo sucede con la desintegración radiactiva. La transmutación de los elementos padres en los elementos hijos se efectúa a ritmo constante. Se necesitan por ejemplo 1.250 millones de años para que la mitad del isótopo 40 del potasio se transforme en el isótopo 40 del argón. Contando el número de elementos padres e hijos en un sistema determinado se deduce la edad de este sistema.
Las reacciones de desintegración naturales más comúnmente utilizadas son la de los pares potasio-argón ($^{40}K/^{40}Ar$), rubidio-estroncio ($^{87}Rb/^{86}Sr$), samario-neodimio ($^{143}Sm/^{144}Nd$), carbono-nitrógeno ($^{14}C/^{14}N$) y el conjunto de las desintegraciones originadas en el uranio hacia el plomo. Gracias a estos relojes se conoce la edad del sistema solar (edades determinadas en los meteoritos) y de la Tierra (las rocas más antiguas se han datado en Groenlandia y se remontan a más de 3.800 millones de años.

El organismo Internacional de Energía Atómica, OIEA (De Mundo Científico, 193, septiembre 1998, 5.)
El organismo Internacional de Energía Atómica, OIEA, fue creado en 1957 y es uno de los catorce organismos autónomos que componen Naciones Unidas.
La creación de la OIEA se deriva de la iniciativa átomos para la paz, puesta en marcha en 1953 y que reunió en Ginebra, en 1995 la I conferencia Internacional de Naciones Unidas para el Uso Pacífico de la Energía Nuclear. Hoy forman parte de este organismo 125 países. España forma parte de la OIEA desde su fundación. Los objetivos de la OIEA se resumen en el fomento de los usos seguros y pacíficos de la energía atómica. Para ello elabora y lleva a cabo planes de investigación, alienta el intercambio de información, establece y aplica salvaguardias para evitar el uso para fines militares de material nuclear y desarrolla normativas de seguridad para proteger la salud y reducir al mínimo el peligro para la vida derivada del uso de la energía nuclear.

Los residuos radiactivos en España,(Bravo, I., Mundo científico, 184, Noviembre 1997, 955-958.)
En España tenemos unas 2.000 toneladas de residuos radiactivos de alta actividad generados por las centrales nucleares, cantidad que se incrementa anualmente en 170 toneladas (250 metros cúbicos). Cuando termine la vida útil de las centrales nucleares, estos residuos de alta actividad se aproximaran a las 7.000 toneladas. A esto hay que añadir 1000 metros cúbicos de residuos radiactivos de baja y media actividad que se generan anualmente. La cifra final estimada de RBMA será de unos 50.000 metros cúbicos.