UNIDAD DIDÁCTICA: OSCILACIONES

INTRODUCCIÓN:

El empleo de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación en el ámbito educativo depende de dos aspectos diferenciados. Por una parte, de la necesidad de desarrollo de infraestructura tecnológica que facilite un acceso de calidad de los centros educativos de cualquier nivel a estas nuevas fuentes de información. Y por otra parte, de la creación de contenidos de calidad, adecuados a los distintos niveles y disciplinas educativas.

Atendiendo al primer aspecto, la administración, en sus distintos niveles, ya ha puesto en marcha diferentes acciones estratégicas para proporcionar ese acceso de calidad a las nuevas tecnologías, especialmente en los centros de enseñanza. En cuanto al segundo aspecto, no es poco el camino recorrido en cuanto a la creación de contenidos formativos de calidad basados en nuevas tecnologías, si consideramos a estas como herederas del camino recorrido previamente por el entorno multimedia sin orientación a la red e incluso los medios audiovisuales.

Dentro de la diversidad de disciplinas educativas existentes, las que han visto arraigar con mayor fuerza el empleo de las nuevas tecnologías han sido las ciencias, especialmente la física, bajo el concepto de laboratorio virtual que permite la realización de prácticas de laboratorio simuladas que, por su coste, tiempo de montaje, etc., no pueden ser realizadas en el aula-laboratorio.

En este trabajo se presenta un modelo informático de prácticas virtuales, que permite estudiar los movimientos oscilatorios mediante la realización de prácticas de laboratorio virtuales llevadas a cabo utilizando un ordenador con conexión a red y un navegador.

FUNDAMENTO TEÓRICO:

Una partícula oscila cuando se mueve periódicamente con respecto a una posición de equilibrio. De todos los movimientos oscilatorios el más frecuente es el armónico simple que viene descrito para un oscilador que se mueve a lo largo de la dirección X por una expresión del tipo:

$$m\frac{d^2X}{dt^2} = -KX \qquad (1)$$

siendo m la masa de la partícula oscilante y K la constante elástica asociada a la fuerza recuperadora.

La resolución matemática de la ecuación (1) es:

$$X(t) = Asen(\omega.t + \phi) \qquad (2)$$

siendo A la amplitud de la oscilación, ω la frecuencia angular y ϕ la fase inicial del movimiento.

El movimiento armónico simple (MAS) corresponde al oscilador libre y una vez iniciado no cesa nunca, ya que se considera que sobre la partícula móvil no actúan fuerzas de rozamiento. Se trata de una simplificación de los fenómenos físicos reales, en los que aparecen fuerzas disipativas que van haciendo disminuir la amplitud del movimiento.

Para los casos en los que sobre el oscilador, además de la fuerza recuperadora actúe también una fuerza de rozamiento que sea proporcional a su velocidad, la ecuación que describe su movimiento viene dada por la expresión:

$$m\frac{d^2X}{dt^2}+b\frac{dX}{dt}+KX=0 \qquad (3)$$

siendo b la resistencia mecánica por unidad de velocidad.

La expresión (3) se suele escribir en la forma:

$$\frac{d^2X}{dt^2}+2\beta\frac{dX}{dt}+\omega_0^2X=0 \qquad (4)$$

donde $\beta=\frac{b}{2m}$ recibe el nombre de factor de amortiguamiento y $\omega_o=\sqrt{\frac{K}{m}}$ el de pulsación propia.

OBJETIVOS DEL APRENDIZAJE:

Con la realización de las prácticas propuestas en esta guía se persiguen los siguientes objetivos:

1. - Observar que las variaciones temporales de la posición, velocidad y aceleración de un movimiento armónico simple vienen dadas por las expresiones:

$$X=A\cdot sen(\omega\cdot t+\phi)$$

$$\frac{dX}{dt}=A\cdot\omega\cos(\omega\cdot t+\phi)$$

$$\frac{d^2X}{dt^2}=-\omega^2\cdot X$$

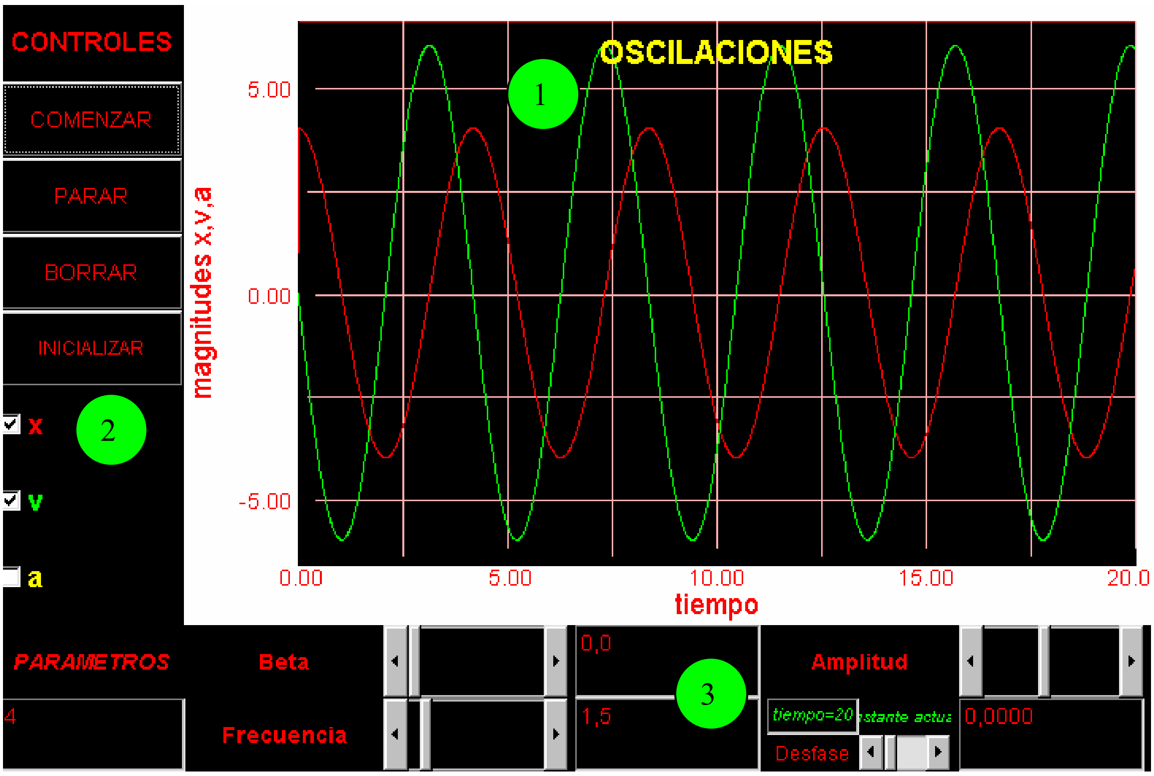
2. - Encontrar experimentalmente la relación lineal que, para un MAS, existe entre X y d^2X/dt^2.

3. - Describir, a partir de los registros de posición, velocidad y aceleración las características fundamentales de un movimiento oscilatorio amortiguado.

4. - Clasificar las oscilaciones lineales en función de los valores relativos que adquieren su pulsación propia, ω_0 y su factor de amortiguamiento, β .

DESCRIPCIÓN DEL MODELO:

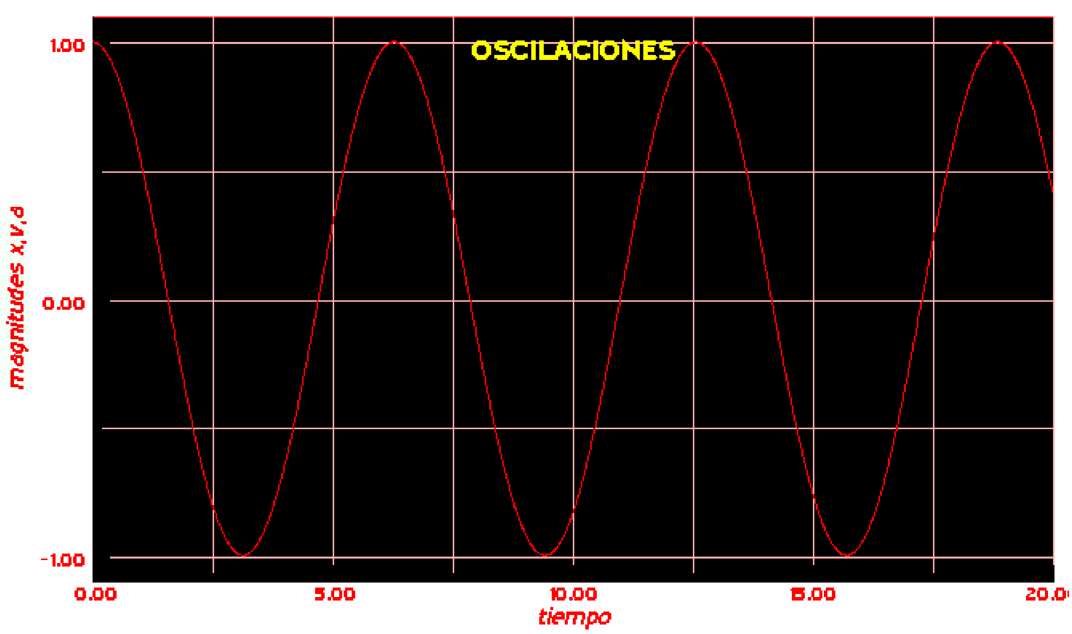
La *figura 1* muestra el interfaz de nuestra simulación:



Vamos a describir las diferentes partes de la simulación:

Zona 1: Gráficas.

En esta zona se presentarán las diferentes gráficas de la simulación. Por defecto, la gráfica que se muestra es la posición (X) frente al tiempo (t), y los registros que se obtienen sol del tipo del que se puede observar en la siguiente imagen:



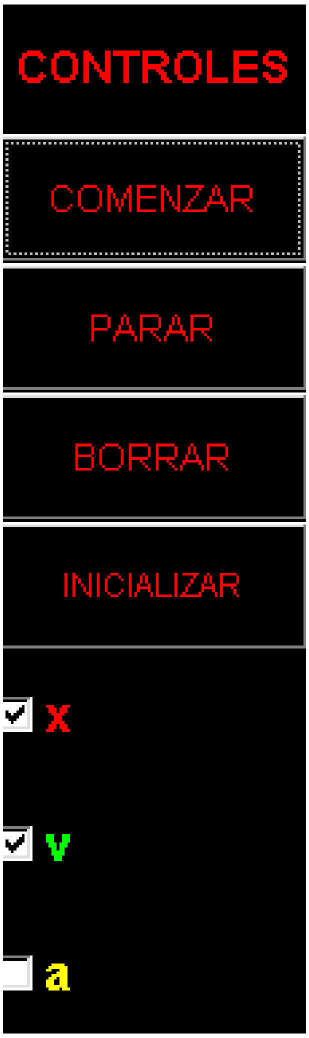
También se puede mostrar la velocidad y la aceleración de la partícula, así como cualquier combinación de estas tres magnitudes.

Nota: Cuando se vaya a realizar un nuevo registro distinto al que se está observando se debe borrar la pantalla antes de introducir los nuevos valores de los diferentes parámetros. Esto hará que los parámetros vuelvan a tomar sus valores por defecto y después podrán ser cambiados a los elegidos para el nuevo registro.

__Zona 2: Controles de Ejecución.__

En esta zona se presentan los distintos controles que permitirán que se ejecute la simulación, pararla en un momento dado, etc.

Vamos a describir esta zona con detalle:



<- Inicia la simulación.

<- Detiene la simulación.

<- Borra todo lo que hay en la pantalla.

<- Reinicia el modelo con los valores iniciales por defecto.

<- X: Se visualiza la posición.

<- V: Se visualiza la velocidad.

<- a: No se visualiza la aceleración.

Zona 3: Control de Parámetros:

En esta zona se presentan los controles que nos permitirán variar los distintos parámetros que afectaran a la simulación.

- **Beta:** Esta barra nos permite modificar los valores del parámetro de atenuación. Varía entre 0 y 1 seg^{-1}.
- **Amplitud:** Con este cursor podremos variar la amplitud de las oscilaciones. Sus valores fluctúan entre 0 y 9 metros (aparece abajo a la izquierda)
- **Frecuencia:** Con esta barra se puede variar la frecuencia angular. Puede observarse que el rango de variación es entre 0 y 15 rad/seg.
- **Desfase:** Nos permite variar la fase inicial de la oscilación.

A continuación se propones algunas prácticas descritas paso a paso que pueden servir al usuario para familiarizarse con el modelo.

PRÁCTICA 1:

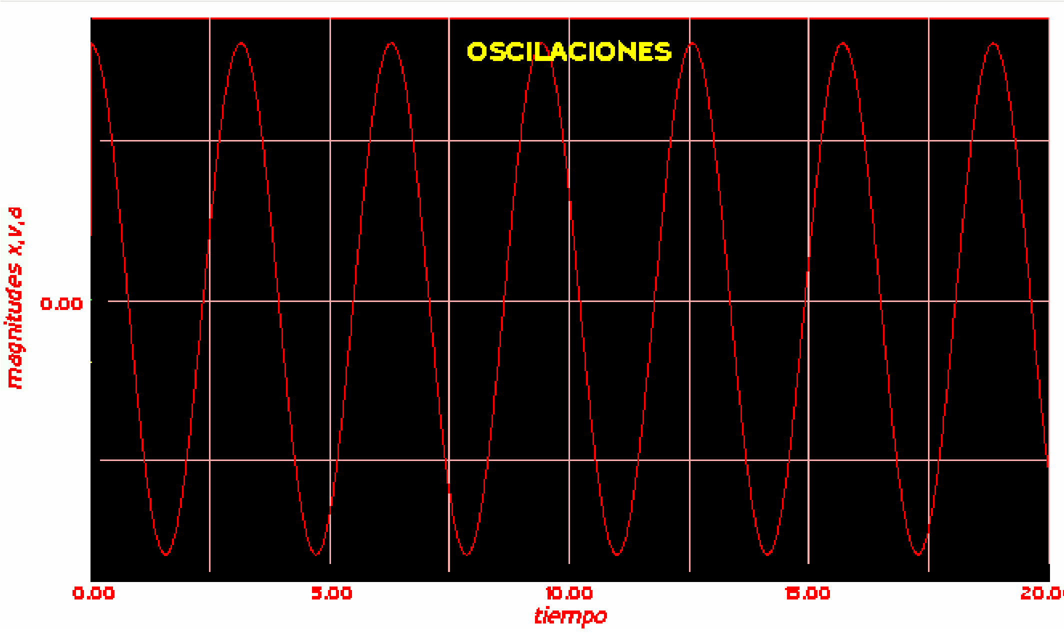
Objetivos:

Encontrar que para un movimiento armónico simple (MAS) la elongación del oscilador viene dada por la expresión:

$$X(t) = A \cdot \cos\frac{2\pi}{T}t = A \cdot \cos\omega_0 t$$

Método Operativo:

a) *Seleccione solo la casilla de la posición, X.*
b) *Desplace la barra de la amplitud hasta que su valor alcance 4 metros, de tal forma que x(0) = 4 .*
c) *Desplace la barra de beta y la barra de la frecuencia hasta que tomen como valores 0 seg*$^{-1}$ *y 2 rad/seg., respectivamente. En estas condiciones el modelo resuelve las ecuaciones correspondientes a un MAS (sin atenuación)*
d) *Ejecute la simulación y observe que la elongación (posición) varía armónicamente con el tiempo.*
e) *Mida los valores de la amplitud y del periodo de la señal X(t) y compruebe que A = 4 m y que* $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2$.
f) *Compruebe experimentalmente que para los distintos valores de t se cumple que*



$$X(t) = A \cdot \cos \omega_0 t$$

g) *Repita el proceso anterior variando la barra de la amplitud, manteniendo los valores de beta y de la frecuencia. ¿Varía el periodo de la señal?*

h) *Repita el proceso anterior manteniendo fijos los valores de la amplitud y de beta y variando el cursor de la frecuencia. ¿Varía el periodo de la señal registrada?*

i) *Interprete físicamente los resultados obtenidos.*

PRÁCTICA 2:

Objetivos:

Comprobar que para un MAS la solución general de la ecuación $\frac{d^2X}{dt^2} = -\omega_0^2 X$ *es de la forma* $X(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t + \phi)$*.*

Método Operativo:

a) Seleccione sólo la casilla de la posición, X.

b) Desplace la barra de la amplitud hasta que tome el valor 4 metros.

c) Sitúe las barras de beta y de frecuencia en los valores 0 seg^{-1} *y 1 rad/seg, respectivamente.*

d) Ejecute la simulación.

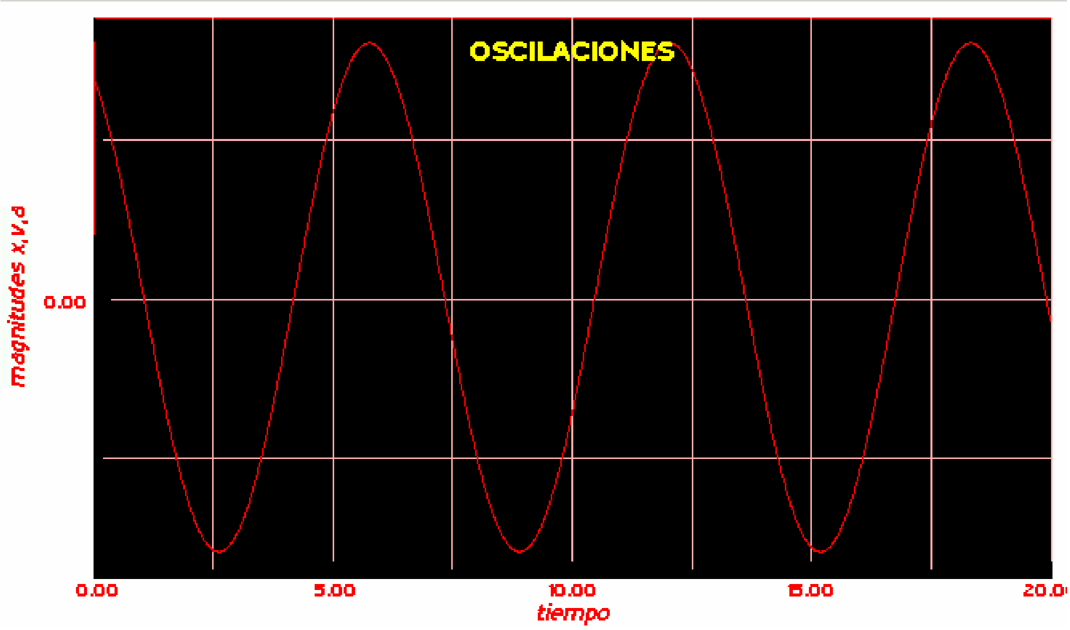
e) Mida los valores de la amplitud de la señal y el periodo de la señal registrada.

f) Hasta el momento hemos considerado ϕ *= 0, vamos a ir variando la fase. Para ello, desplazaremos la barra del desfase a los siguientes valores 0.52 radianes, 1.04 radianes, 1.57 radianes y 3.14 radianes.*

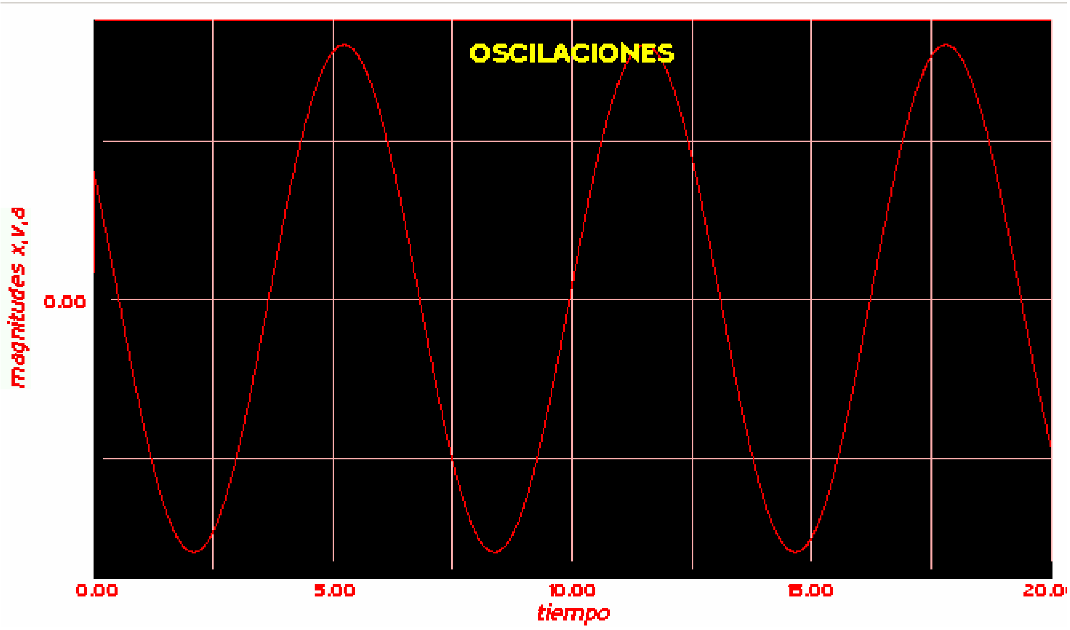
g) Verifique que para los distintos valores de t se cumple la expresión:

$$X(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi)$$

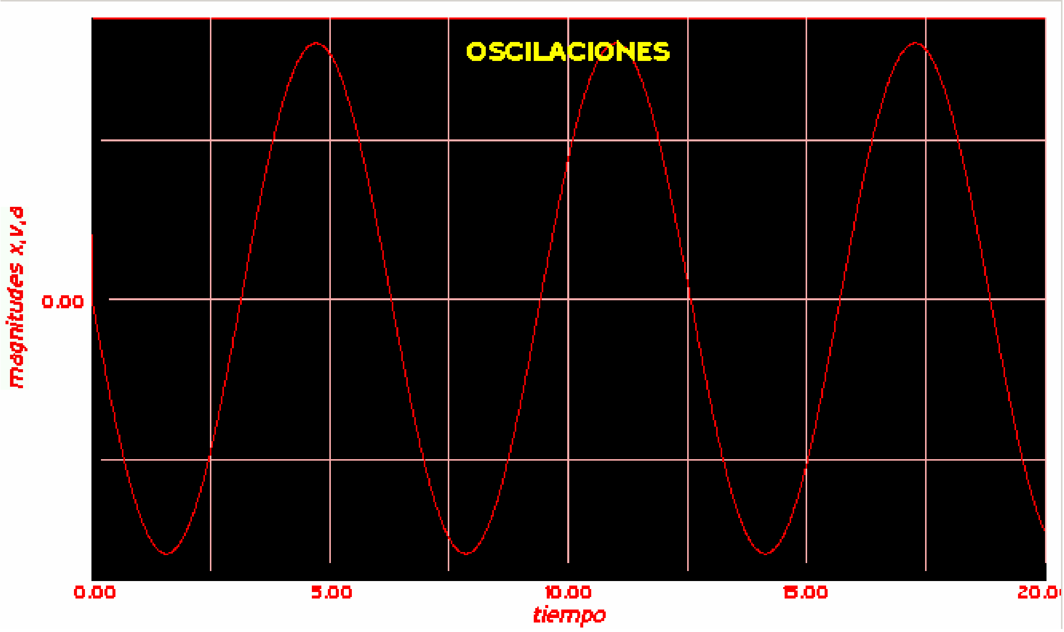
ϕ= 0.52 radianes



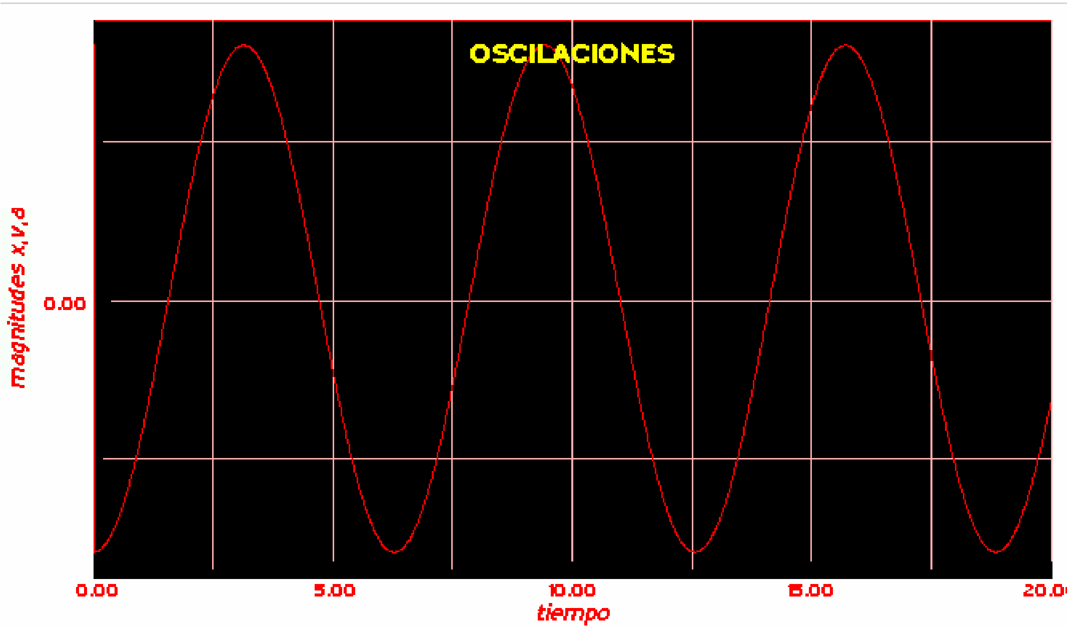
ϕ= 1.04 radianes



ϕ= 1.57radianes



ϕ= 3.14 radianes



PRÁCTICA 3:

Objetivos:

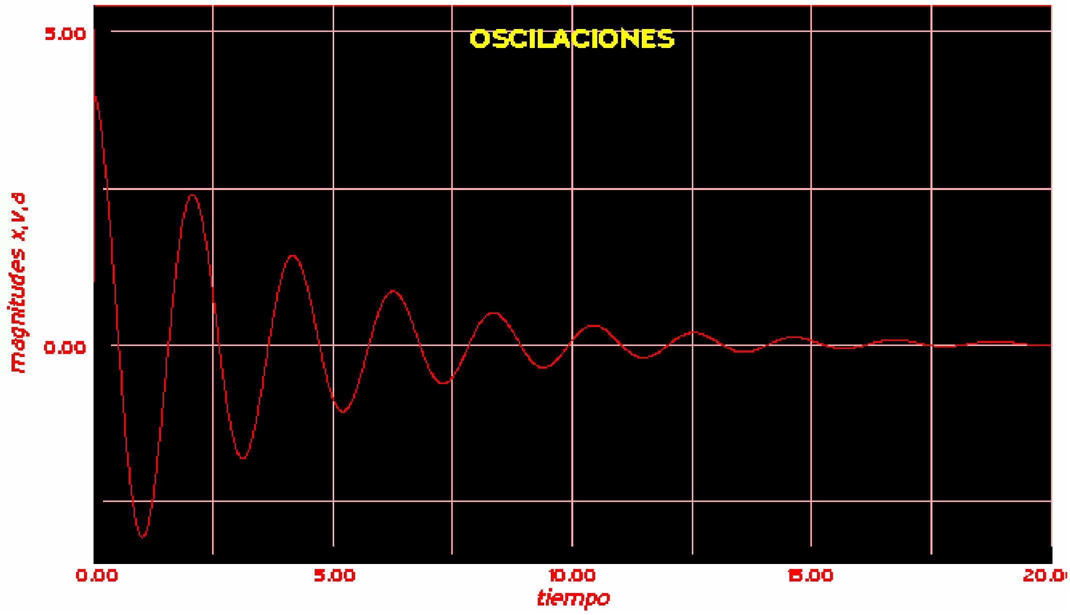
a) *Comprobar que para un movimiento subamortiguado la amplitud de la oscilación decrece exponencialmente con el tiempo.*
b) *Verificar que la pulsación de un movimiento subamortiguado viene dad por:*

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 - \beta^2$$

Método Operativo:

a) *Seleccione sólo la casilla de la posición, X.*
b) *Desplace la barra de la amplitud hasta un valor de 4 metros.*
c) *Desplace ahora las barras de la frecuencia y de beta hasta que se alcancen los valores de 3 rad/seg. y 0.25 seg^{-1}. En estas condiciones el modelo resuelve las ecuaciones correspondientes a un movimiento subamortiguado.*
d) *Ejecute la simulación.*
e) *Observe las amplitudes de los diferentes máximos que aparecen en la pantalla y los tiempos en los que se alcanzan.*
f) *Comprobar que se verifica la relación siguiente.*

$$A(t) = A\ (0)\ e^{-\beta t}$$



g) *Determine que la pulsación de la oscilación ($\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$) cumple:*

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 - \beta^2$$

h) *Repita el proceso anterior para otros valores de* β *y* ω_0*, siendo* $\beta < \omega_0$.

i) *Repitamos el mismo procedimiento variando la amplitud y el desfase de tal forma que se compruebe que para un movimiento subamortiguado se cumple, en general, la ecuación:*

$$X(t) = A \cdot \exp(-\beta \cdot t) \cdot \cos(\omega_1 \cdot t + \phi)$$

j) *Interprete físicamente los resultados.*

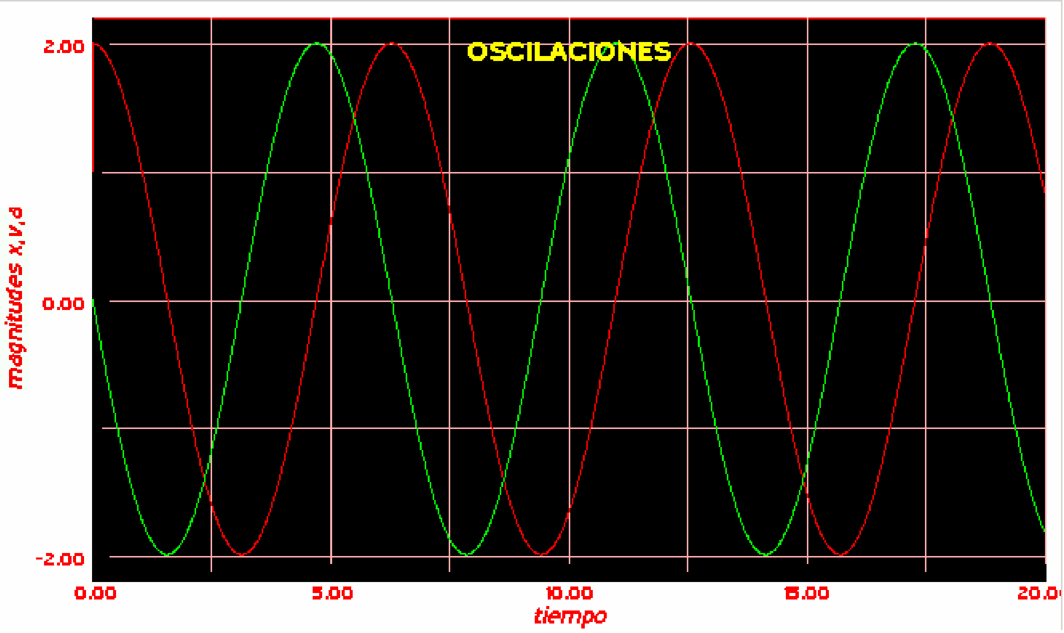
PRÁCTICA 4:

Objetivos:

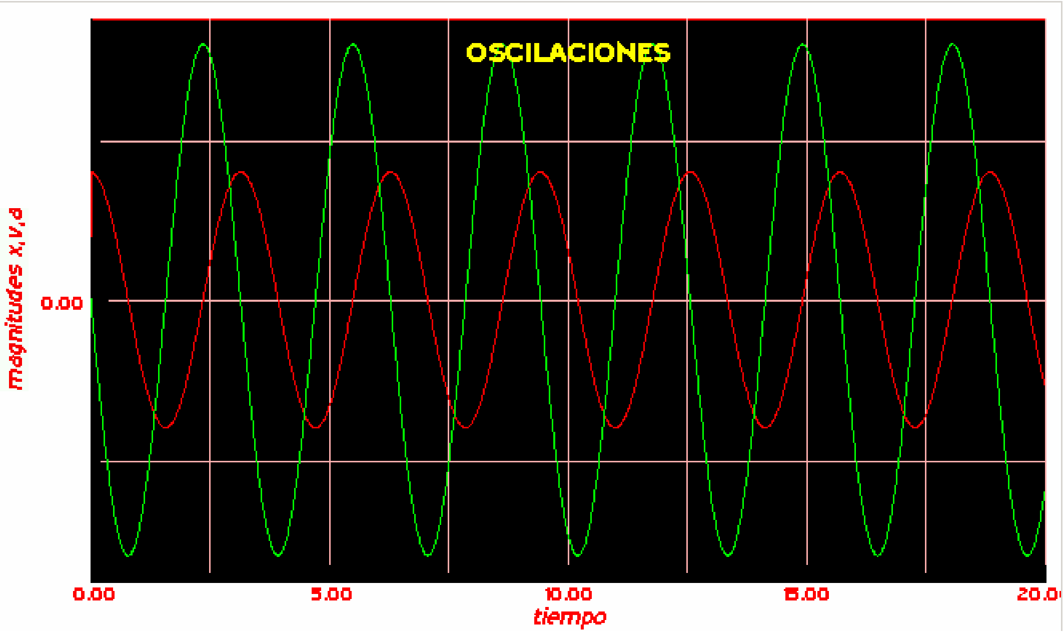
a) *Observar que la elongación (X) y la velocidad de un MAS están desfasadas* $\frac{\pi}{2}$ *radianes.*
b) *Comprobar que la amplitud de la velocidad de un oscilador armónico es directamente proporcional a la frecuencia de oscilación.*

Método Operativo:

a) *Señale las casillas de la elongación, X y de la velocidad, V.*
b) *Desplace la barra de la amplitud hasta alcanzar un valor de 2 metros*
c) *Desplace las barras de la frecuencia y de beta hasta que estas tomen los valores 1 rad/seg. y 0* seg^{-1}*, respectivamente.*
d) *Ejecute la simulación.*
e) *Observe que ambas señales tienen la misma amplitud y que están desfasadas 90º.*



f) *Borre, cambie el valor de la frecuencia hasta que esta tome el valor 2 rad/seg. y ejecute de nuevo la simulación.*



g) *Observe que estas señales están desfasadas 90º y que la amplitud de la velocidad es doble que la de la elongación.*

h) *Repita los dos últimos pasos variando el valor de la frecuencia y comprobando que el registro de la posición y* *el de la velocidad están siempre desfasadas 90º y que la amplitud de la velocidad es ω_0 veces la amplitud de la posición.*

i) Interprete físicamente los resultados obtenidos.

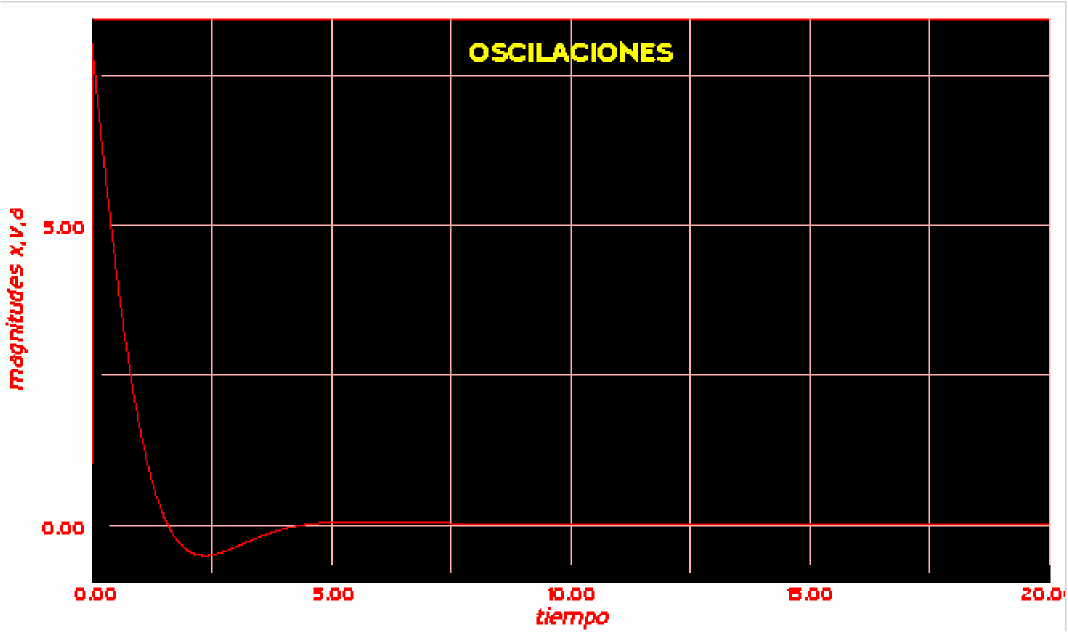
PRÁCTICA 5:

Objetivos:

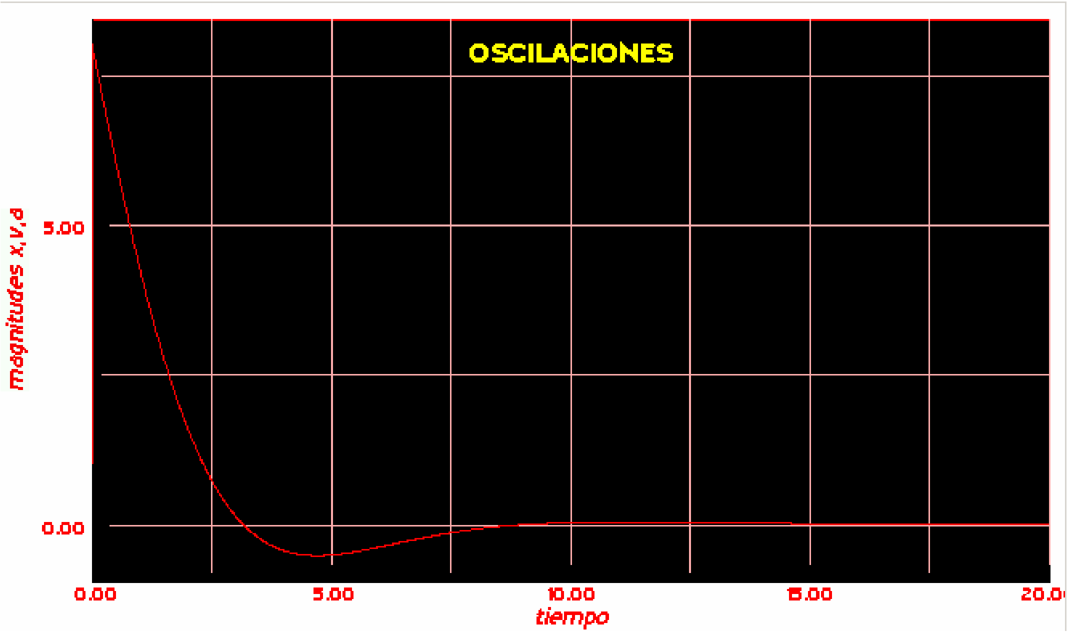
Observar que para $\beta > \omega_0$, la elongación de un oscilador decrece monótonamente a lo largo del tiempo.

Método Operativo:

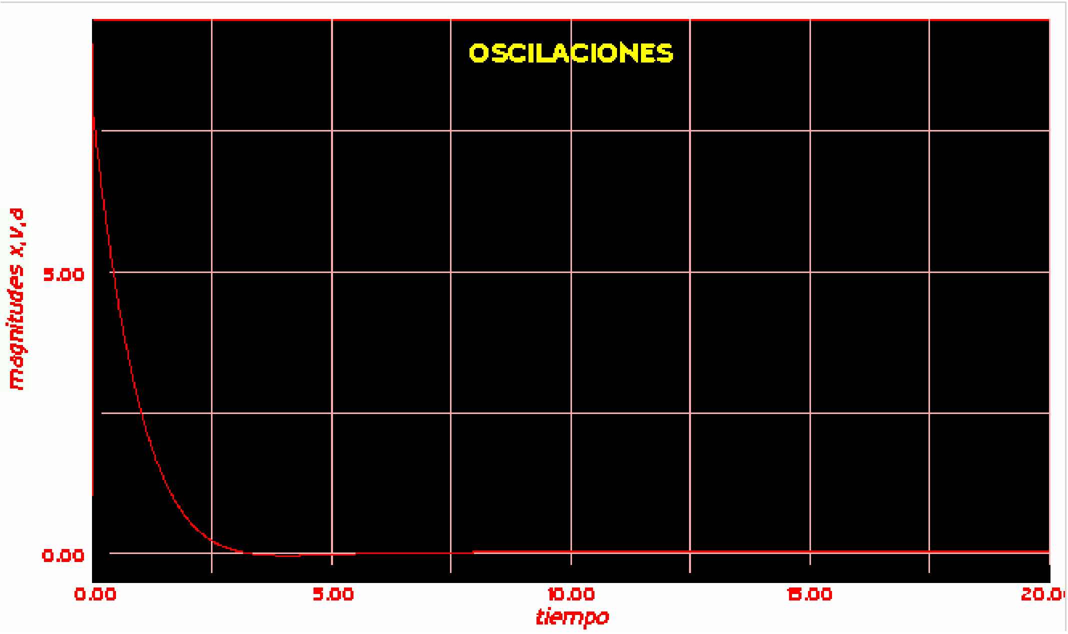
a) Señale sólo la casilla de la posición, X.
b) Desplace la barra de la amplitud hasta que marque 8 metros.
c) Mueva las barras de la frecuencia y de beta hasta que ambas tomen el valor 1, es decir, 1 rad/seg. y 1 seg^{-1} respectivamente.
d) Ejecute la simulación.



e) Repita el proceso para beta =1/2 y frecuencia = 1/2.



f) Manteniendo el valor anterior de la frecuencia variamos el valor de la beta hasta que tome el valor de 1 seg^{-1}. En estas condiciones se produce un movimiento sobreamortiguado.

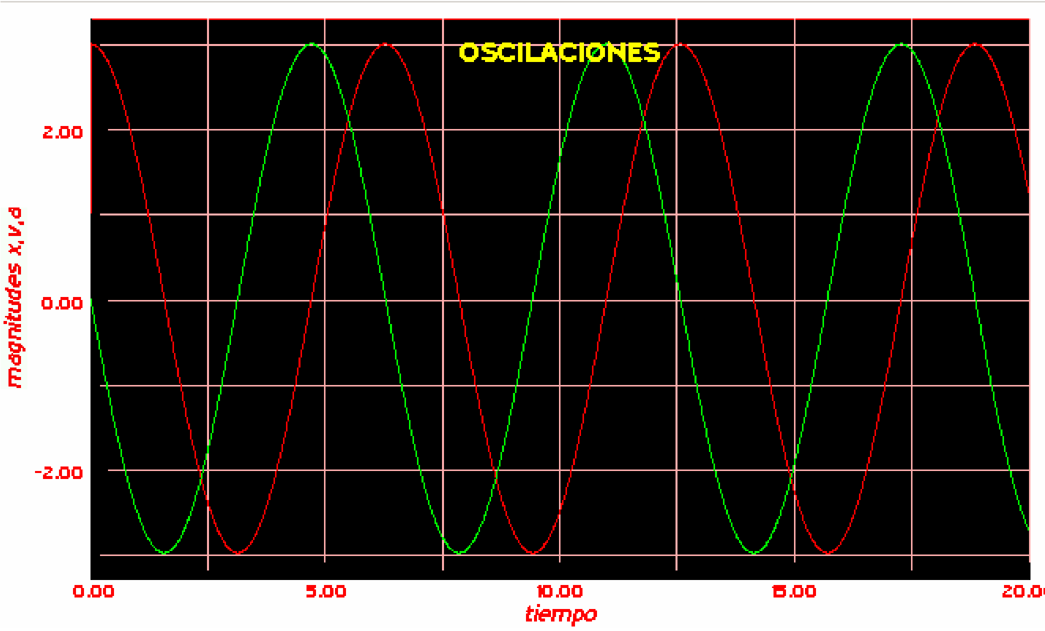


g) Observe que no se producen oscilaciones y que el decrecimiento es más lento que el observado en el paso c).

EVALUACIÓN

A continuación se reproducen algunas gráficas que se han obtenido realizando con este modelo, responda a las cuestiones referentes a cada una de ellas que se plantean:

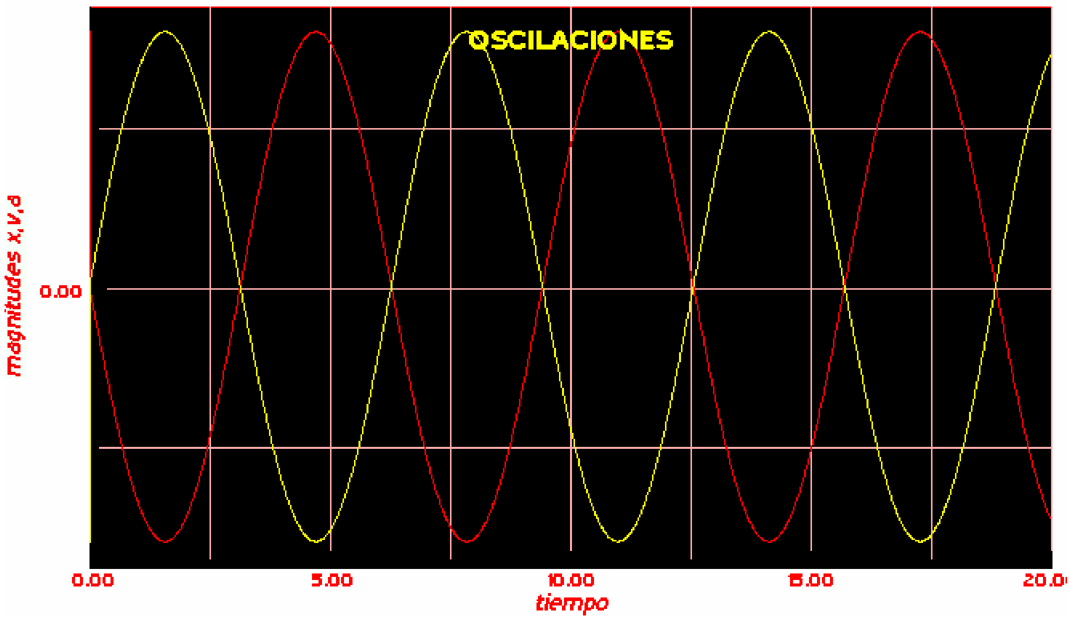
1) En la siguiente figura se muestran las variaciones temporales de la elongación y de la velocidad de un oscilador libre.

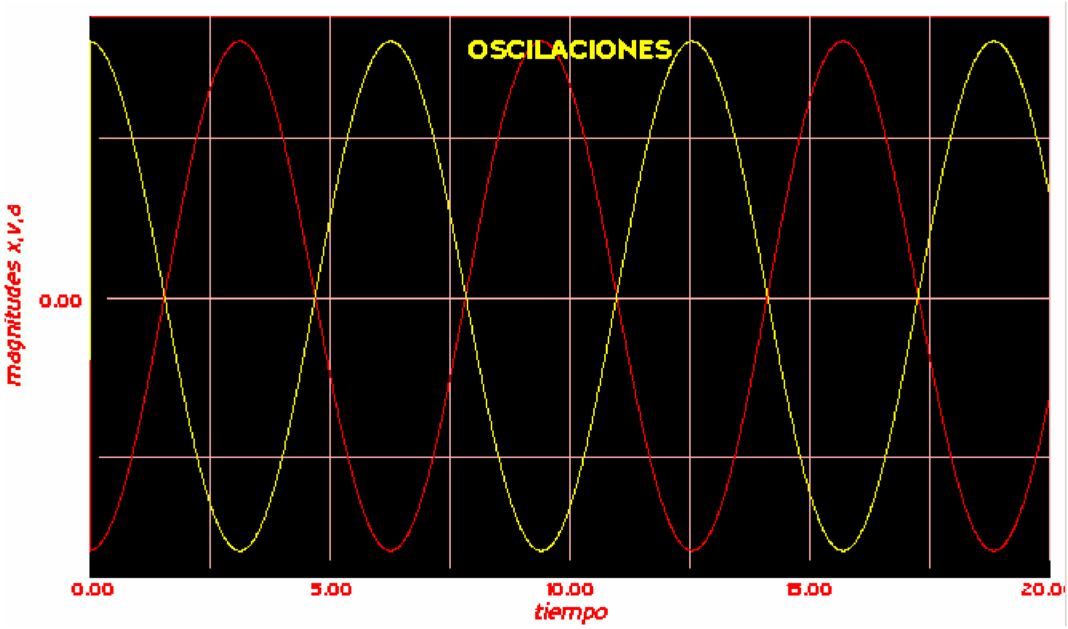


A la vista de la misma calcule:

a) *El valor de la velocidad cuando la elongación es máxima.*
b) *El valor de la elongación cuando la velocidad es máxima.*
c) *El valor de la frecuencia angular teniendo en cuenta que las amplitudes de oscilación de ambas señales son iguales.*
d) *El periodo de oscilación a partir del valor obtenido para la frecuencia angular. Compare este resultado con el que se observa en la gráfica.*

2) *En las siguientes figuras se muestran las variaciones temporales de la elongación y de la aceleración con los mismos parámetros que en la situación descrita en la pregunta 1)*





A la vista de las figuras anteriores se pide:

a) Indicar que parámetro se ha modificado para obtener las mismas e intentar cuantificarlo.