

UNIDAD DIDÁCTICA: RADIATIVIDAD

INTRODUCCIÓN:

El alto grado de desarrollo alcanzado en los últimos años en las técnicas computacionales ha permitido que ciertos modelos informáticos fueran elaborados para ayudarnos a comprender el comportamiento de los fenómenos físicos naturales. Si a esto unimos el auge de Internet, que facilita la difusión del conocimiento, nos encontramos con que miles de personas comparten información en pro de la investigación y la educación.

Una simulación por ordenador es un programa que intenta reproducir con fines docentes o investigadores un fenómeno natural mediante la visualización de los diferentes estados que el mismo puede presentar, estando cada estado descrito por un conjunto de variables que varían mediante la iteración en el tiempo de un algoritmo determinado. Por esta razón, las simulaciones describen de manera intuitiva el comportamiento de un sistema real.

Entre las muchas opciones que podemos elegir a la hora de programar una simulación, hemos estimado como la más acertada el uso del entorno Java. Los programas creados de este modo pueden ser ejecutados desde cualquier sistema operativo a través de un explorador de Internet. Esto nos evita la molestia de tener que programar y compilar varias veces un mismo modelo para cada una de las distintas plataformas, además de ofrecernos la ventaja de poder acceder a ellos de forma inmediata desde cualquier parte del mundo.

FUNDAMENTO TEÓRICO:

Un proceso de desintegración radiactiva es debido a cierto tipo de inestabilidad nuclear que ocasiona la ruptura de un núcleo atómico, expulsándose partículas u ondas electromagnéticas de gran frecuencia.

En cualquier muestra de material radiactivo (siempre y cuando ni se le añadan ni se le quiten núcleos radiactivos) la variación del número de núcleos que hay en la misma con respecto al tiempo, es proporcional al número de núcleos que hay en cada instante en la muestra. Esta variación obedece una cierta constante de proporcionalidad (λ , denominada constante de desintegración), particular para cada elemento. Por tanto, podemos decir que la ley de desintegración radiactiva sigue la ecuación:

$$dN = -\lambda N dt \quad (1)$$

es decir, si en el instante t existen N radionúclidos no desintegrados, el número de desintegraciones que tiene lugar en el intervalo comprendido entre los tiempos t y $t+dt$, será proporcional a N y a dt .

Si integramos la ecuación (1) obtenemos:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda \cdot t} \quad (2)$$

siendo N_0 el número total de radionúclidos existentes en el instante inicial.

Según esta ley, el tiempo necesario para que una muestra se desintegre por completo, sería infinito. Sin embargo, esta es una ley de tipo estadístico, dónde usamos medidas medias y no exactas; por tanto, puede darse el caso de que un átomo de la muestra no se desintegre nunca.

Normalmente para caracterizar la estabilidad de un radionúclido se utiliza el periodo de semidesintegración ($T_{1/2}$), que es el tiempo que tarda en reducirse a la mitad el número inicial de núcleos radiactivos. La relación existente entre $T_{1/2}$ y λ es:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (3)$$

Cuanto más corto sea el periodo de desintegración, más radiactiva será la muestra. Definimos la actividad de una muestra como

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda \cdot N \quad (4)$$

Muchos radionúclidos se desintegran dando lugar otros núclidos inestables, formándose una sucesión en la que cada uno de los miembros procede de la desintegración del miembro anterior. A esta sucesión de radionúclidos se la denomina familia radiactiva.

En el caso de que tengamos una familia radiactiva constituida por dos radionúclidos y un elemento estable, es decir:



vemos que:

$$\begin{aligned} \frac{dN_A}{dt} &= -\lambda_A \cdot N_A \\ \frac{dN_B}{dt} &= -\lambda_B \cdot N_B + \lambda_A \cdot N_A \\ \frac{dN_C}{dt} &= \lambda_B \cdot N_B \end{aligned}$$

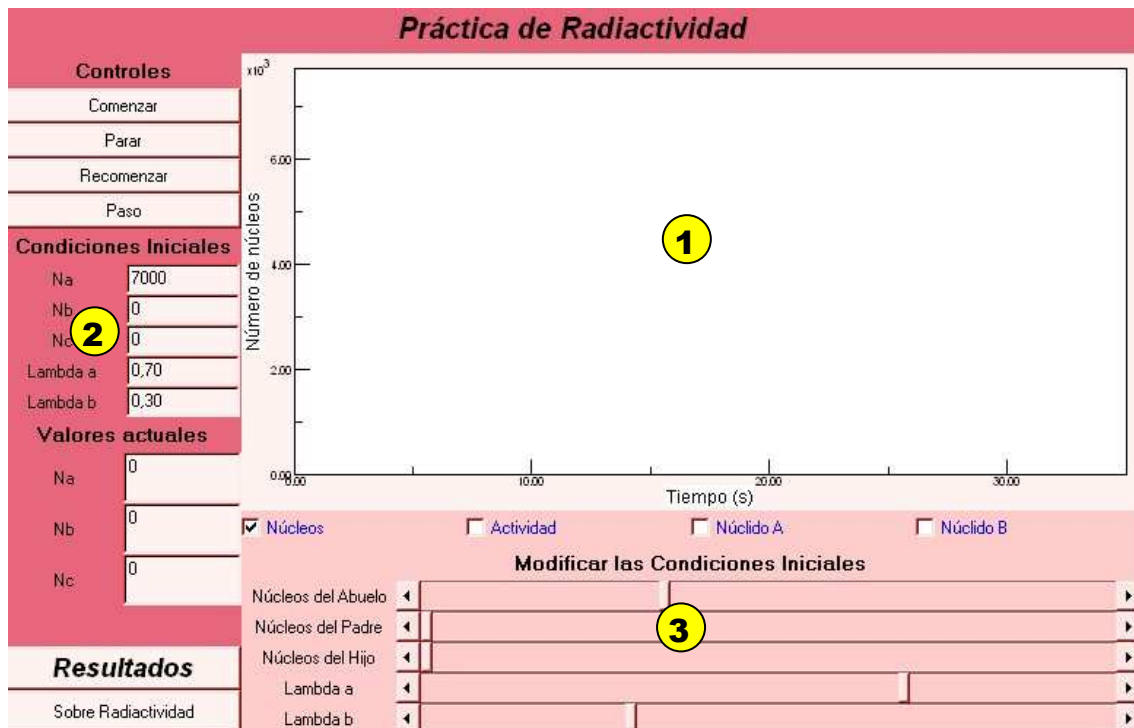
Nuestro modelo informático consigue la resolución de estas ecuaciones, objeto de estas prácticas.

OBJETIVOS DEL APRENDIZAJE:

1. Describir la ley de la desintegración radiactiva.
2. Demostrar la relación entre λ y $T_{1/2}$.
3. Determinar la actividad de un elemento radiactivo en función del tiempo.
4. Determinar la actividad de un elemento radiactivo en función del número de núclidos existentes.
5. Resolver las ecuaciones de desintegración de una familia radiactiva.
6. Interpretar el concepto de equilibrio radiactivo.

DESCRIPCIÓN DEL MODELO:

La figura 1 muestra la interfaz de nuestra simulación.



Explicaremos ahora para que sirven cada una de sus partes:

1. Gráficas de nuestra simulación:

En esta zona se representarán las distintas gráficas de la simulación.

2. Controles:

Con estos comandos ejecutaremos las acciones que nos permiten controlar la simulación. Asimismo, se muestran los distintos valores que toman los parámetros de nuestra simulación.

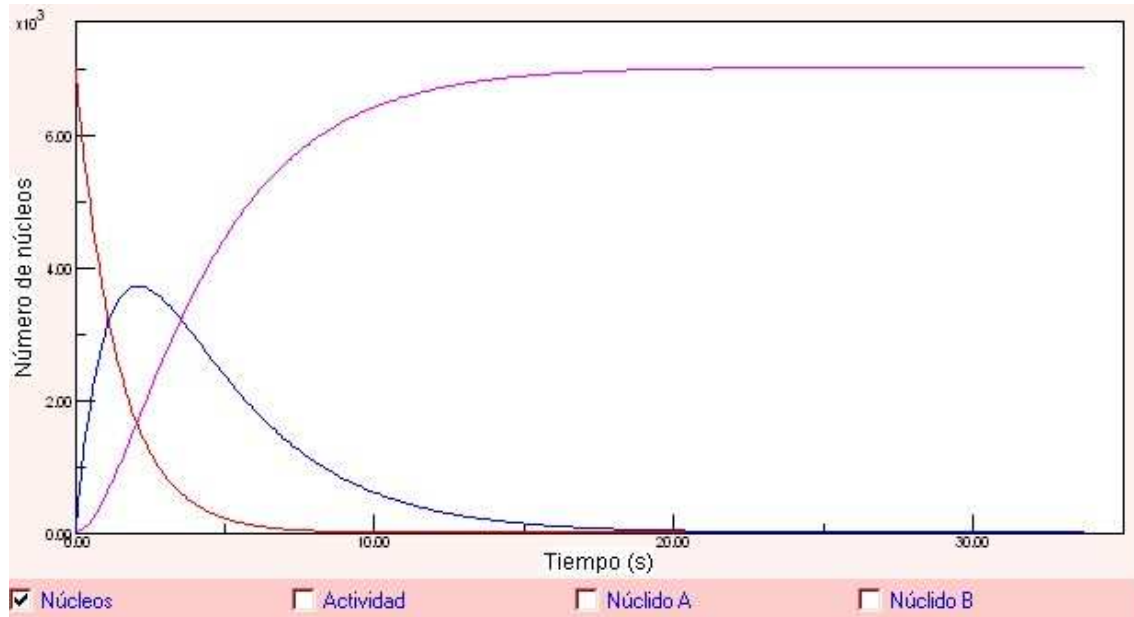
3. Condiciones Iniciales:

Aquí podemos modificar los parámetros que serán tomados como base en nuestra simulación.

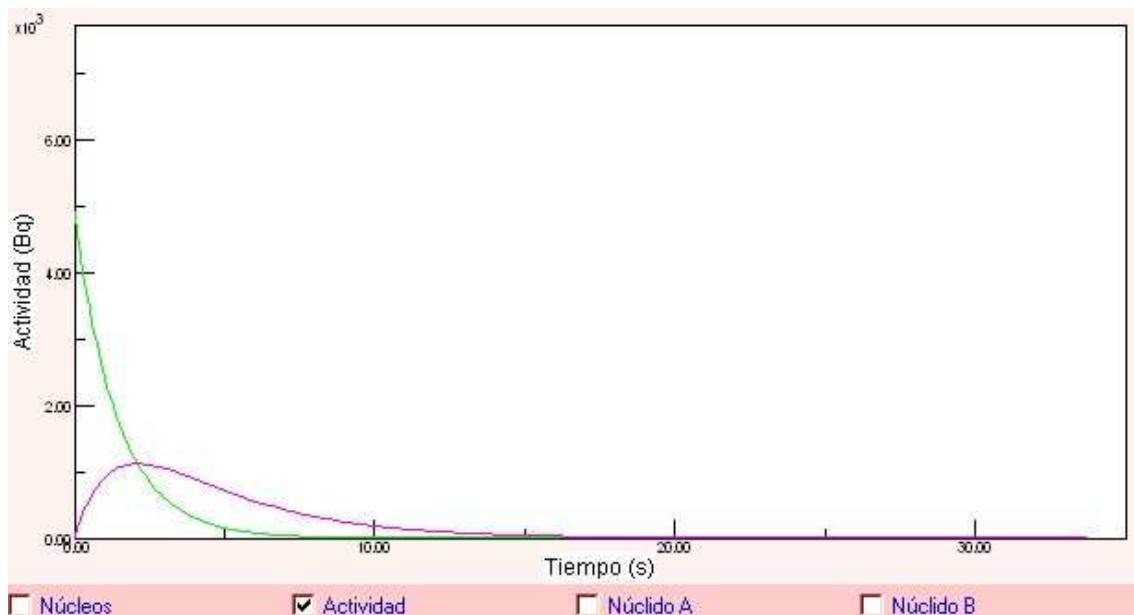
Explicaremos ahora detalladamente cada una de las zonas:

Zona 1: Gráficas.

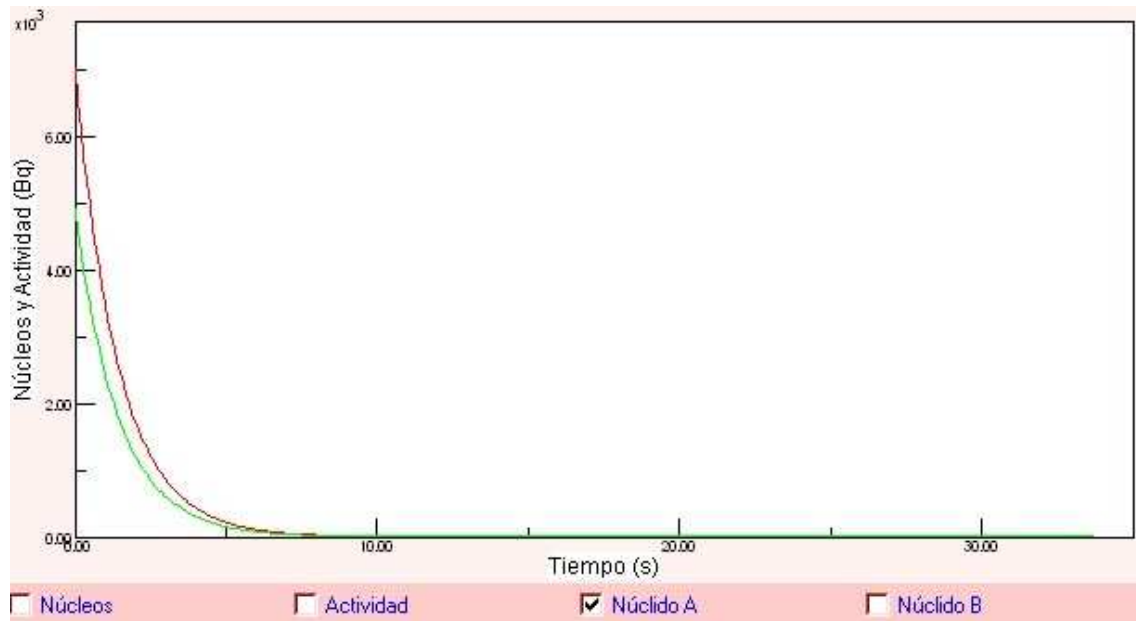
Por defecto, en la zona de las gráficas se muestra en número de núcleos de **A** y **B** (radiactivos) y de **C** (estable) frente al tiempo (t), como se puede observar en la imagen mostrada a continuación:



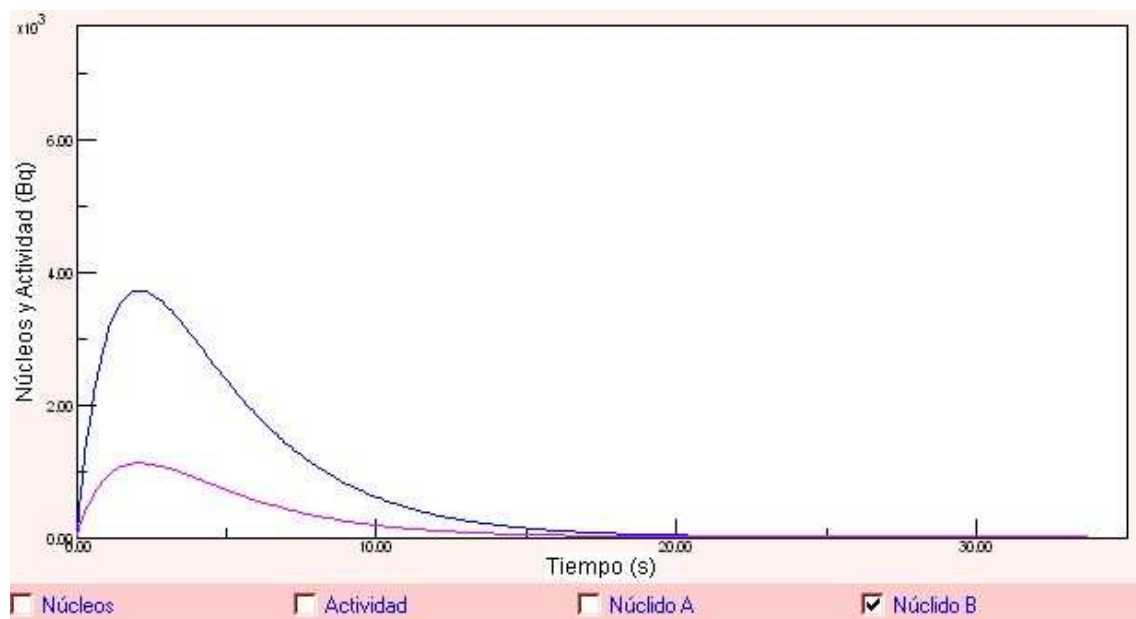
Sin embargo, también es posible mostrar la actividad de la reacción (tanto de **A** como de **B**) frente al tiempo, como vemos a continuación:



Seleccionando la casilla correspondiente es posible ver el número de núcleos y la actividad del radionúclido A:



O, del mismo modo, del radionúclido B: Número de núcleos y actividad.



Zona 2: Controles.

Veamos con detalle para qué sirve cada una de las partes de esta región:

Controles		
Comenzar	← Inicia la simulación	
Parar	← Detiene la simulación en cualquier instante.	
Recomenzar	← Reinicia el modelo con los parámetros por defecto.	
Paso	← Ejecuta la simulación paso a paso (pausa virtual).	
Condiciones Iniciales		
Na	7000	← Número de radionúclidos iniciales de A.
Nb	0	← Número de radionúclidos iniciales de B.
Nc	0	← Número de núcleos iniciales de C, elemento estable.
Lambda a	0,70	← Constante de desintegración de A, λ_A .
Lambda b	0,30	← Constante de desintegración de B, λ_B .
Valores actuales		
Na	0	← Valor actual de N_A , en cualquier instante.
Nb	0	← Valor actual de N_B , en cualquier instante.
Nc	0	← Valor actual de N_C , en cualquier instante.
Resultados		
Sobre Radiactividad	← Abre el cuadro de dialogo con los resultados. ← Abre el cuadro de dialogo sobre los autores de la simulación que se muestra a continuación.	

Simulación en Java sobre Radiactividad

Trabajo realizado por:

Guadalupe Martínez Borreguero (upemborre@hotmail.com)

Francisco Luis Naranjo Correa (zeolum@hotmail.com)

Académicamente dirigidos por:

M^º Isabel Suero López

Angel Luis Pérez Rodríguez

Departamento de Física. Universidad de Extremadura

© 2002. Todos los derechos reservados

Zona 3: Condiciones Iniciales:

✓ Núcleos **a** Actividad Núclido A Núclido B

Modificar las Condiciones Iniciales

Núcleos del Abuelo ◀ | | ▶

Núcleos del Padre ◀ | | **b** ▶

Núcleos del Hijo ◀ | | ▶

Lambda a ◀ | | ▶

Lambda b ◀ | | ▶

a.- Al activar cada una de estas casillas una gráfica distinta se nos mostrará en la zona 1 correspondiente a las gráficas. Si activamos “Núcleos” veremos el número de núcleos de A, B y C frente al tiempo; si activamos “Actividad” tendremos las actividades de A y B (la de C es siempre cero por ser estable) frente al tiempo. Al activar “Núclido A” o “Núclido B” se muestra la gráfica del número de núcleos y la actividad del elemento elegido frente al tiempo.

b.- Con estas barras podemos variar el número inicial de núcleos existentes, tanto de A (abuelo), B (padre) y C (hijo). Nos permiten, además, fijar las constantes de desintegración λ_A y λ_B .

Describamos a continuación algunas de las posibles prácticas que pueden realizarse con este modelo.

PRÁCTICA 1:

Objetivos:

- Comprobar experimentalmente la ley de desintegración radiactiva:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda \cdot t}$$

Método Operativo:

- Seleccione la casilla "Núclido A".

<input type="checkbox"/> Núcleos	<input type="checkbox"/> Actividad	<input checked="" type="checkbox"/> Núclido A	<input type="checkbox"/> Núclido B
----------------------------------	------------------------------------	---	------------------------------------

- Establezca las siguientes condiciones iniciales: Núcleos del abuelo, $N_A = 5000$; núcleos del padre y del hijo, $N_B = N_C = 0$; constante de desintegración del abuelo, $\lambda_A = 0.7$; constante de desintegración del padre, $\lambda_B = 0$.

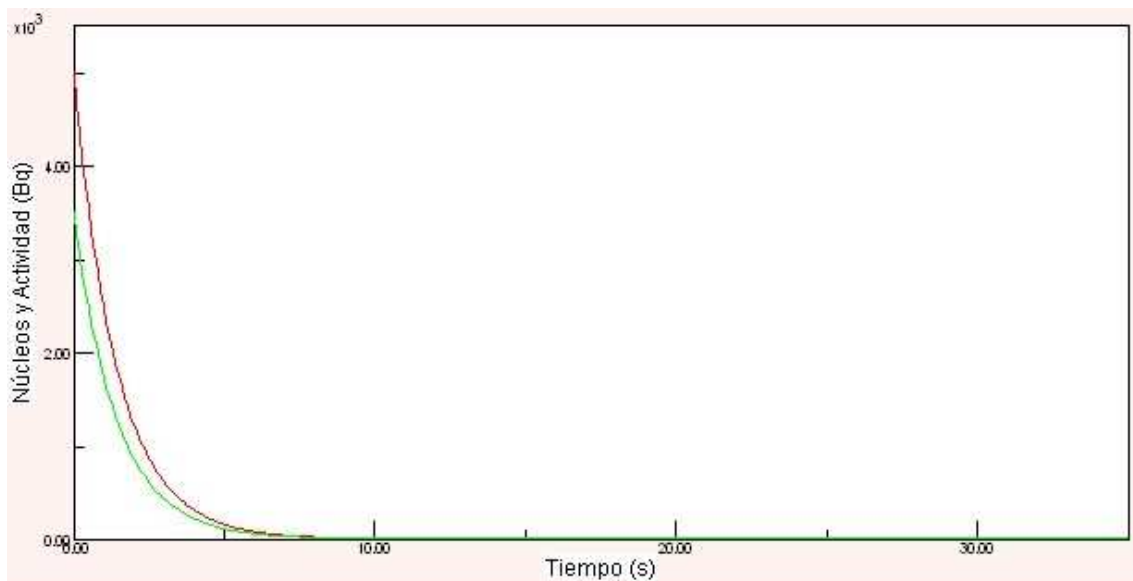
Condiciones Iniciales	
N_a	5000
N_b	0
N_c	0
Lambda a	0,70
Lambda b	0,00

- Ejecute la simulación paso a paso. Mida N_A para $t = 1$ s.

- Calcule λ_A a partir de la expresión $N_A(t) = N_{A0} \cdot \exp(-\lambda_A \cdot t)$, y compruebe que $\lambda_A \approx 0.7 \text{ s}^{-1}$.

- Siga ejecutando la simulación, y verifique que, en cualquier instante, se cumple que:

$$N_A(t) = N_{A0} e^{-\lambda_A \cdot t} \quad \text{y} \quad A_A(t) = A_{A0} e^{-\lambda_A \cdot t}$$



- Repita este proceso para distintos valores iniciales de N_A y de λ_A , e interprete los resultados que vaya obteniendo. Si las barras no responden pulse el botón "Parar".

PRÁCTICA 2:

Objetivos:

- Observar que la actividad de un elemento radiactivo viene dada por la expresión:

$$A(t) = \lambda \cdot N(t)$$

Método Operativo:

- .- Seleccione la casilla "Núcleo A".

<input type="checkbox"/> Núcleos	<input type="checkbox"/> Actividad	<input checked="" type="checkbox"/> Núcleo A	<input type="checkbox"/> Núcleo B
----------------------------------	------------------------------------	--	-----------------------------------

- .- Establezca las siguientes condiciones iniciales: Núcleos del abuelo, $N_A = 5000$; núcleos del padre y del hijo, $N_B = N_C = 0$; constante de desintegración del abuelo, $\lambda_A = 0.7$; constante de desintegración del padre, $\lambda_B = 0$.

Condiciones Iniciales	
N_a	5000
N_b	0
N_c	0
Lambda a	0,70
Lambda b	0,00

- .- Ejecute la simulación. Observe que la velocidad que la velocidad de trazado disminuye a lo largo del tiempo, e interprete el significado de este decrecimiento.

- .- Ejecute de nuevo la simulación, esta vez paso a paso, y anote varios valores actuales a lo largo de la misma:

Valores actuales	
N_a	4662
A_a	3264

Valores actuales	
N_a	1151
A_a	806

Valores actuales	
N_a	43
A_a	30

- .- Compruebe que la función $A_A = f(N_A)$ es lineal, y mida su pendiente.
- .- Compruebe que el valor de esta pendiente es el valor de λ_A .
- .- Repita este proceso para distintos valores iniciales de N_A y de λ_A . Si las barras no responden pulse el botón "Parar".

PRÁCTICA 3:

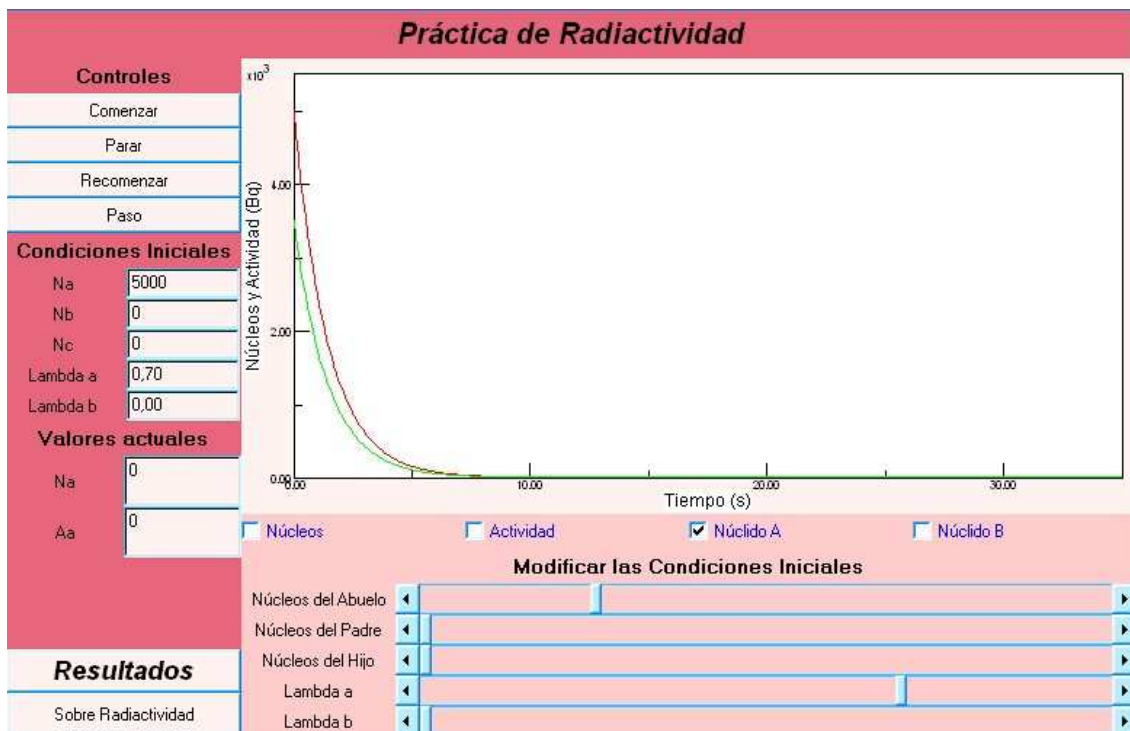
Objetivos:

- Medir el periodo de semidesintegración ($T_{1/2}$) de un elemento radiactivo.
- Comprobar experimentalmente la relación:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Método Operativo:

- Establezca como valor inicial de N_A 5000 átomos.
- Seleccione la casilla "Núclido A".
- Considere $\lambda_A = 0.7$, $\lambda_B = 0$.
- Ejecute la simulación y registre los valores de $N_A(t)$ y $A_A(t)$:



- Mida el tiempo ($T_{1/2}$) transcurrido cuando $N_A(t) = \frac{N_A(0)}{2}$

- Puede hacer uso del botón "Resultados" dónde podrá obtener lo siguiente:

Abuelo			
Núcleos iniciales	5000		
Núcleos finales	0		
Periodo de semidesintegración	0,99 s		
Máximo de núcleos	5000	Tiempo empleado	0,0 s
Mínimo de núcleos	0	Tiempo empleado	13,1 s
Padre			
Núcleos iniciales	0		
Núcleos finales	5000		
Periodo de semidesintegración	1 s		
Máximo de núcleos	5000	Tiempo empleado	100,1 s
Mínimo de núcleos	338	Tiempo empleado	100,1 s
Hijo			
Núcleos iniciales	0		
Núcleos finales	0		
Periodo de semidesintegración	Infinito, pues es estable		
Máximo de núcleos	0	Tiempo empleado	100,1 s
Mínimo de núcleos	0	Tiempo empleado	0,0 s

- Mida el tiempo ($T'_{1/2}$) que transcurre desde que $N_A(t) = \frac{N_A(0)}{2}$

hasta que $N_A(t) = \frac{N_A(0)}{4}$. Compruebe que $T_{1/2} = T'_{1/2}$.

- Verifique que $T_{1/2} \cdot \lambda = \ln 2 = 0.69$.

- Repita el ejercicio para diferentes valores de $N_A(0)$ y λ_A .

PRÁCTICA 4:

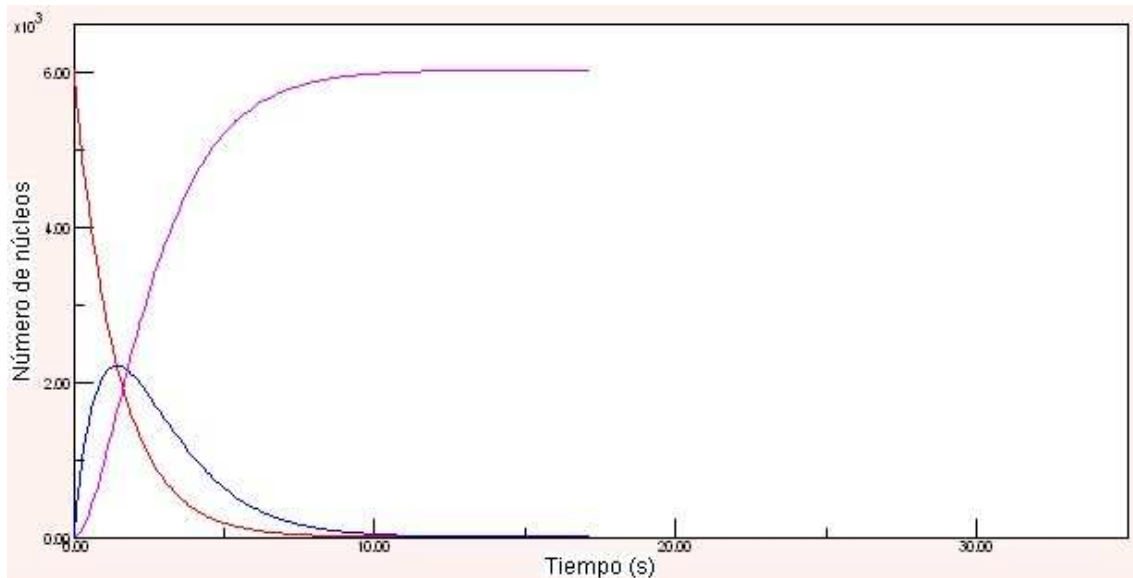
Objetivos:

Para una familia radiactiva: A(radiactivo) \rightarrow B(radiactivo) \rightarrow C(estable)
en las condiciones siguientes: $N_A(0) \neq 0$, $N_B(0) = 0$ y $N_C(0) = 0$:

- Observar cómo varían N_A , N_B y N_C para los casos :
 - a) $\lambda_A \approx \lambda_B$
 - b) $\lambda_A > \lambda_B$
 - c) $\lambda_A < \lambda_B$
 - d) $\lambda_A \gg \lambda_B$
 - e) $\lambda_A \ll \lambda_B$

Método Operativo:

- .- Establezca como valor inicial de N_A 6000 átomos.
- .- Seleccione la casilla "Núcleos".
- .- Considere $\lambda_A = 0.7$, $\lambda_B = 0.7$.
- .- Presione el botón "Comenzar" y ejecute la simulación. Interprete los resultados obtenidos:



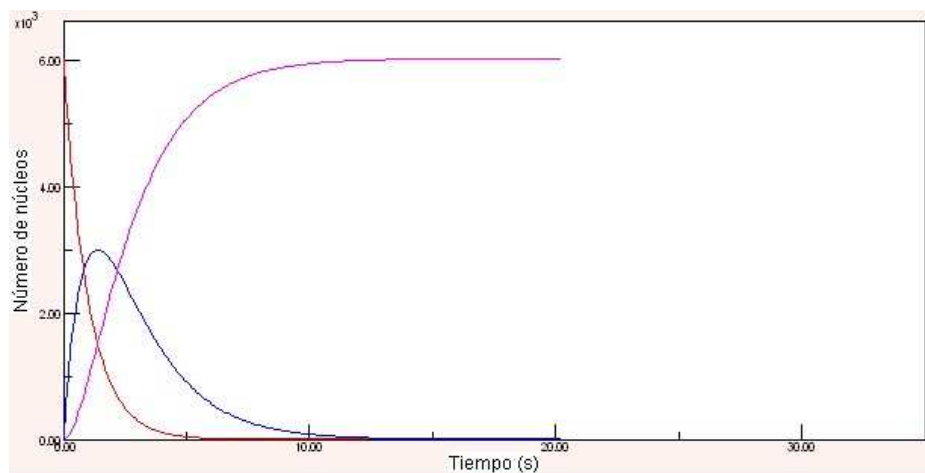
.- Mida el valor máximo de $N_B(t)$ y el tiempo transcurrido hasta alcanzar dicho valor.

.- Manteniendo $\lambda_A = 0.7$ y disminuyendo el valor de λ_B , prediga si el máximo de N_B disminuirá o aumentará. Compruébelo experimentalmente e interprete los resultados.

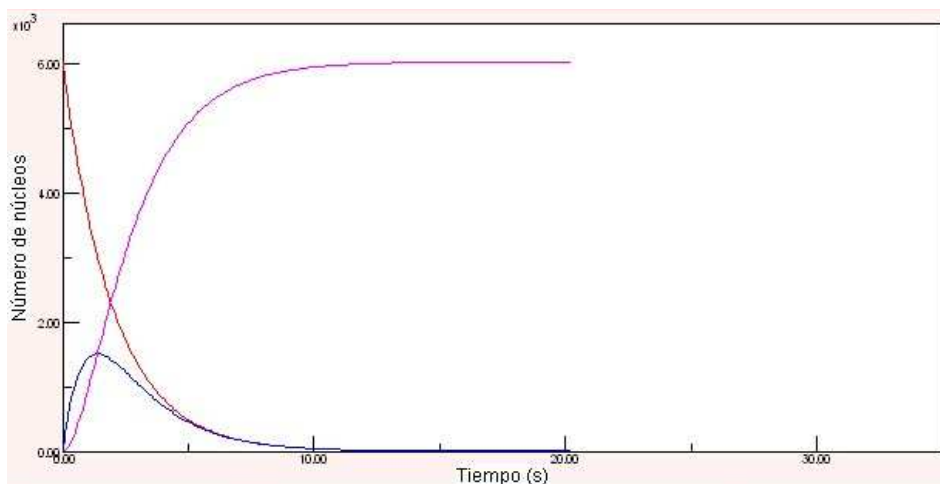
.- Repita el proceso para los siguientes valores:

λ_A	λ_B
1	0.5
0.5	1
1	0.1
0.1	1

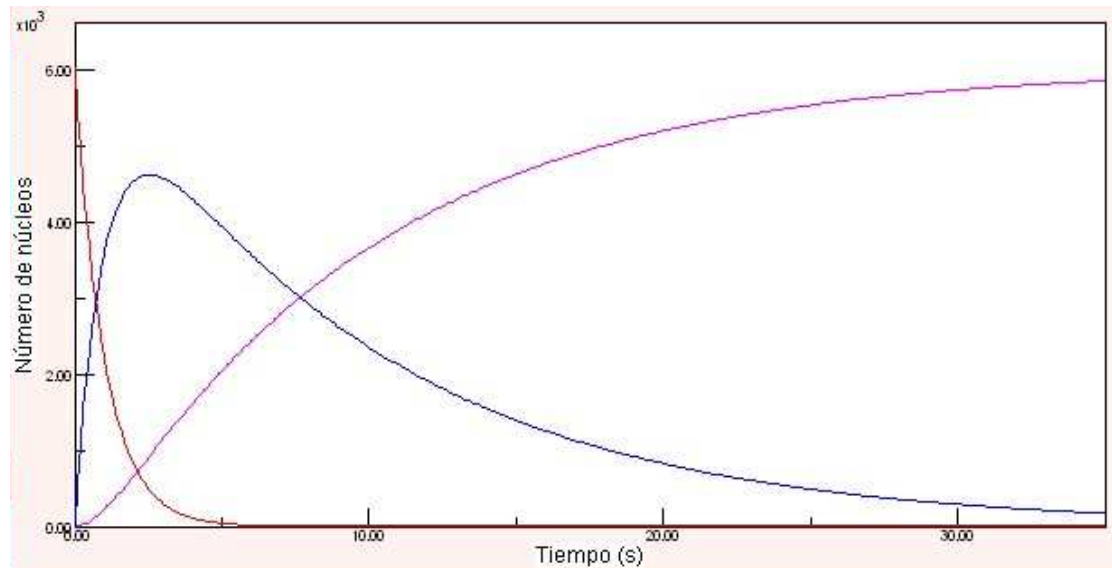
$\lambda_A = 1, \lambda_B = 0.5$:



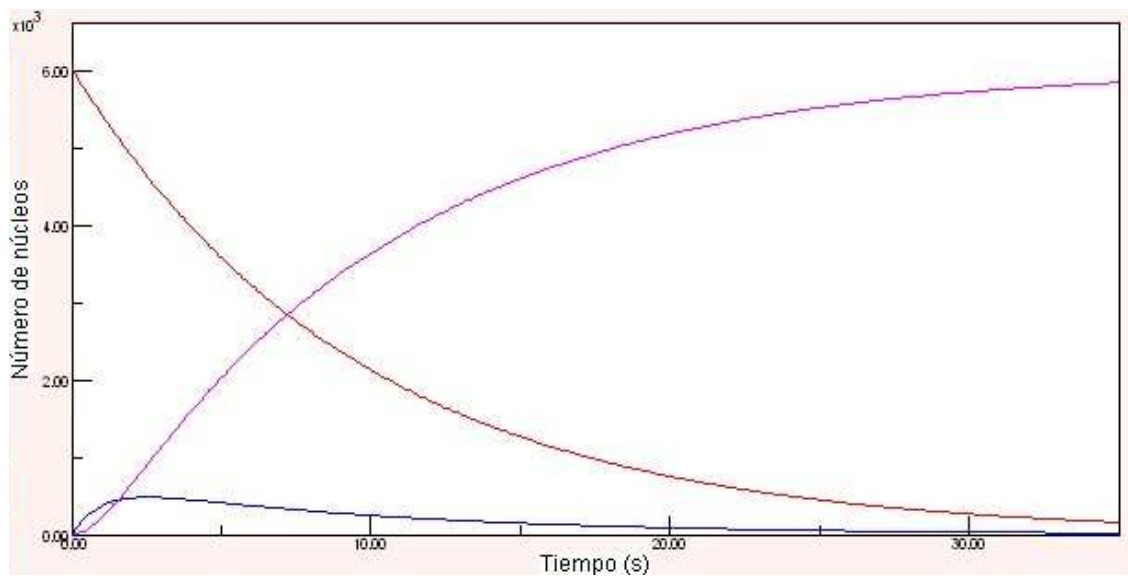
$\lambda_A = 0.5, \lambda_B = 1$:



$\lambda_A = 1, \lambda_B = 0.1:$



$\lambda_A = 0.1, \lambda_B = 1:$



PRÁCTICA 5:

Objetivos:

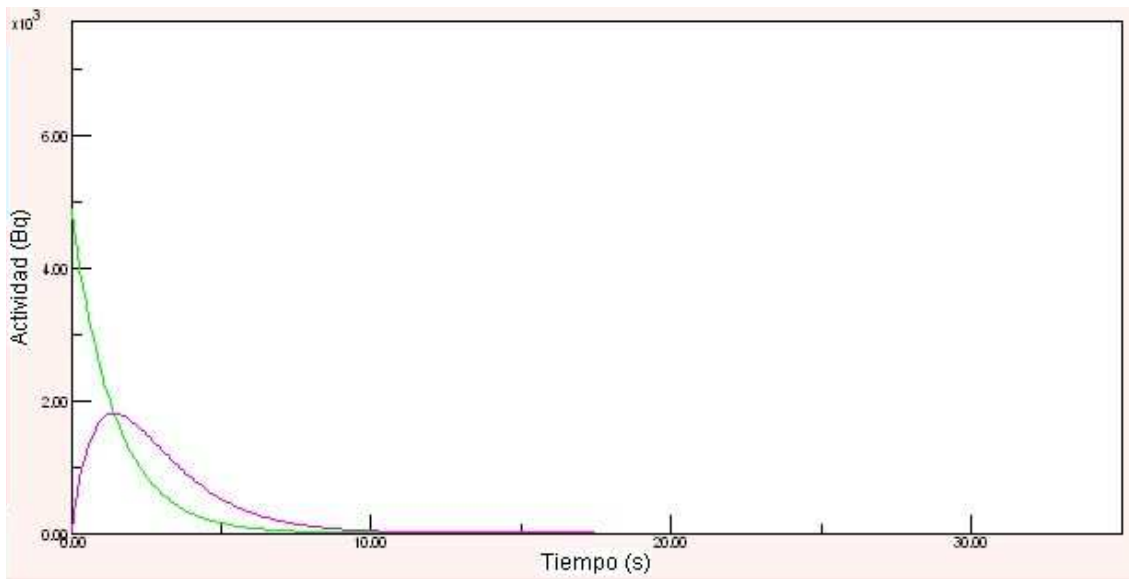
- Observar cómo varían $A_A(t)$ y $A_B(t)$ para los casos :
 - a) $\lambda_A \approx \lambda_B$
 - b) $\lambda_A > \lambda_B$
 - c) $\lambda_A < \lambda_B$
 - d) $\lambda_A \gg \lambda_B$
 - e) $\lambda_A \ll \lambda_B$
- Interpretar gráficas correspondientes a equilibrios transitorios y equilibrios permanentes

Método Operativo:

- .- Establezca como valor inicial de N_A 7000 átomos.
- .- Seleccione la casilla "Actividad".
- .- Considere los siguiente valores para las constantes de desintegración:
 $\lambda_A = 0.7$ y $\lambda_B = 0.7$.

Condiciones Iniciales	
N_a	7000
N_b	0
N_c	0
Lambda a	0,70
Lambda b	0,70

- .- Ejecute la simulación; obtendrá una gráfica similar a:

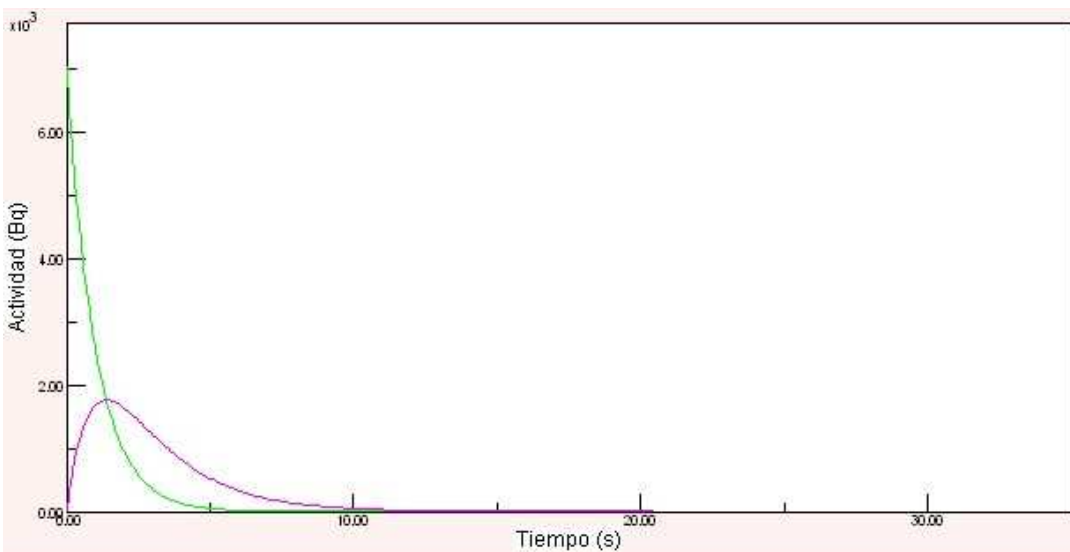


.- Mida el instante en que $A_A(t) = A_B(t)$ y compárelo con el tiempo en que A_B alcanza su máximo.

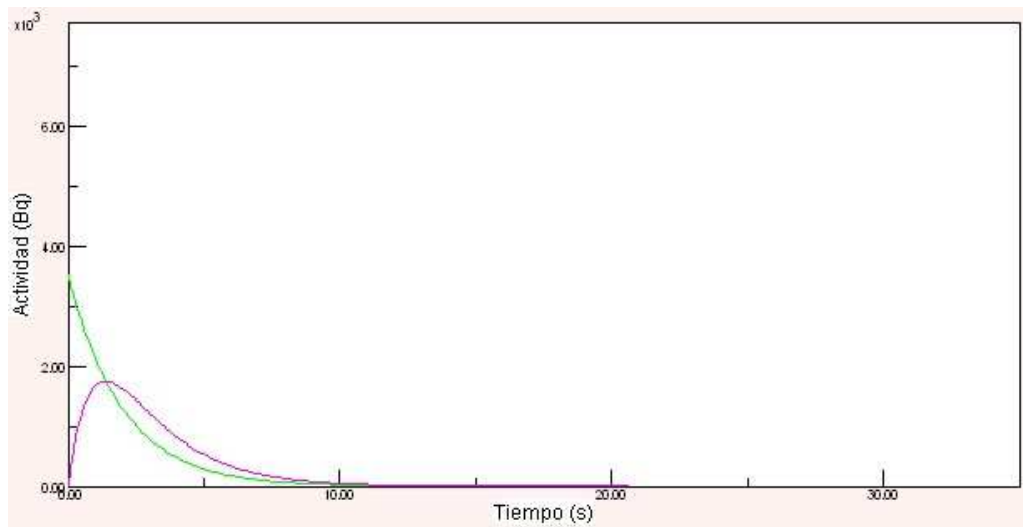
.- Repita el proceso para los siguientes valores:

λ_A	λ_B
1	0.5
0.5	1
1	0.1
0.1	1

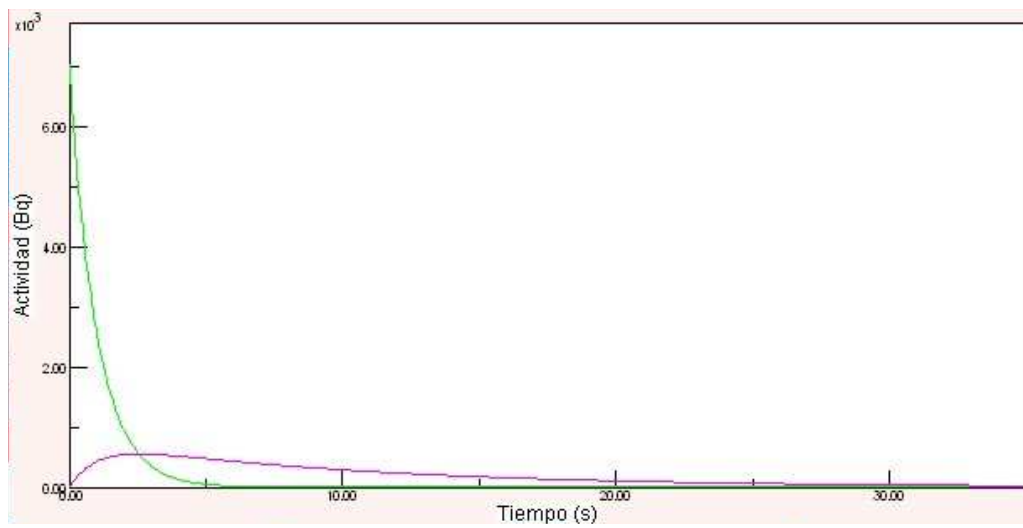
$\lambda_A = 1, \lambda_B = 0.5$:



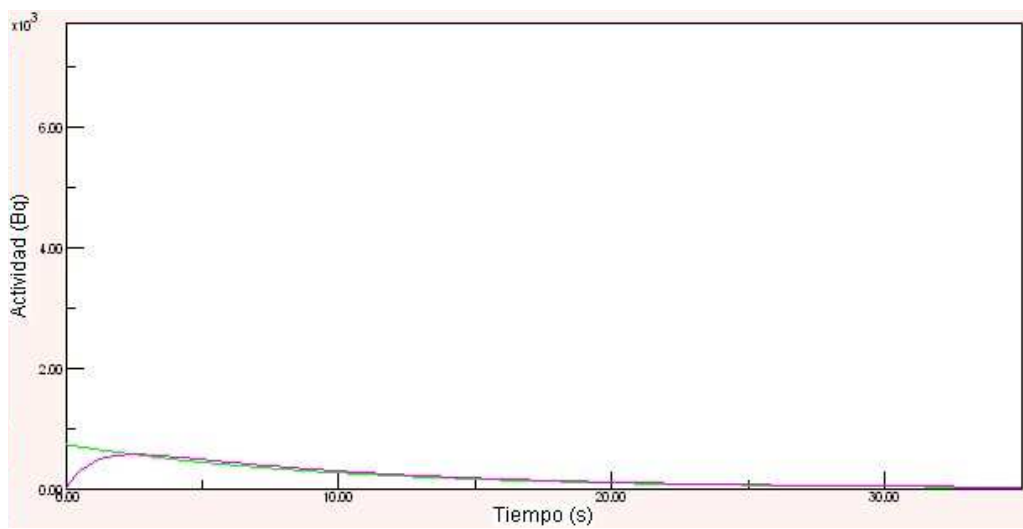
$\lambda_A = 0.5, \lambda_B = 1:$



$\lambda_A = 1, \lambda_B = 0.1:$



$\lambda_A = 0.1, \lambda_B = 1:$

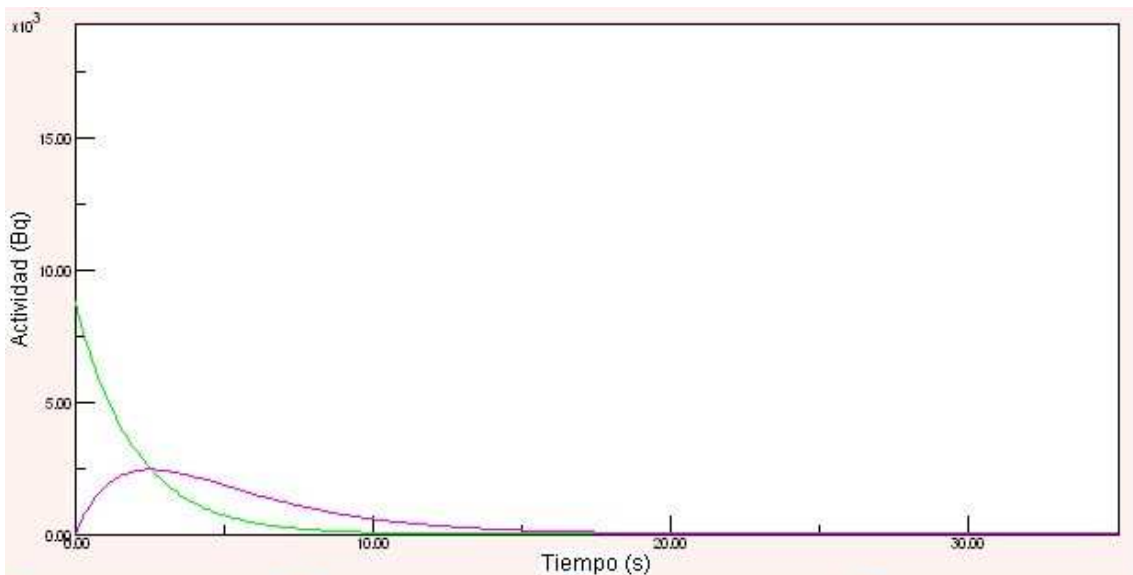
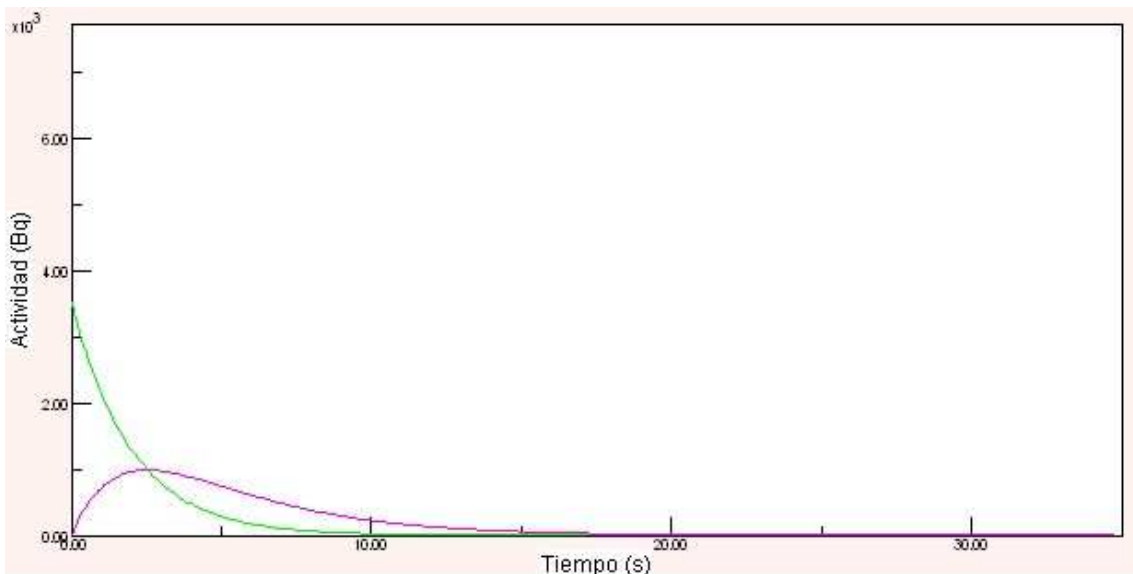


- Observe el último registro, que corresponde a lo que se denomina equilibrio equivalente, secular o permanente. A la vista del resultado defina este concepto.

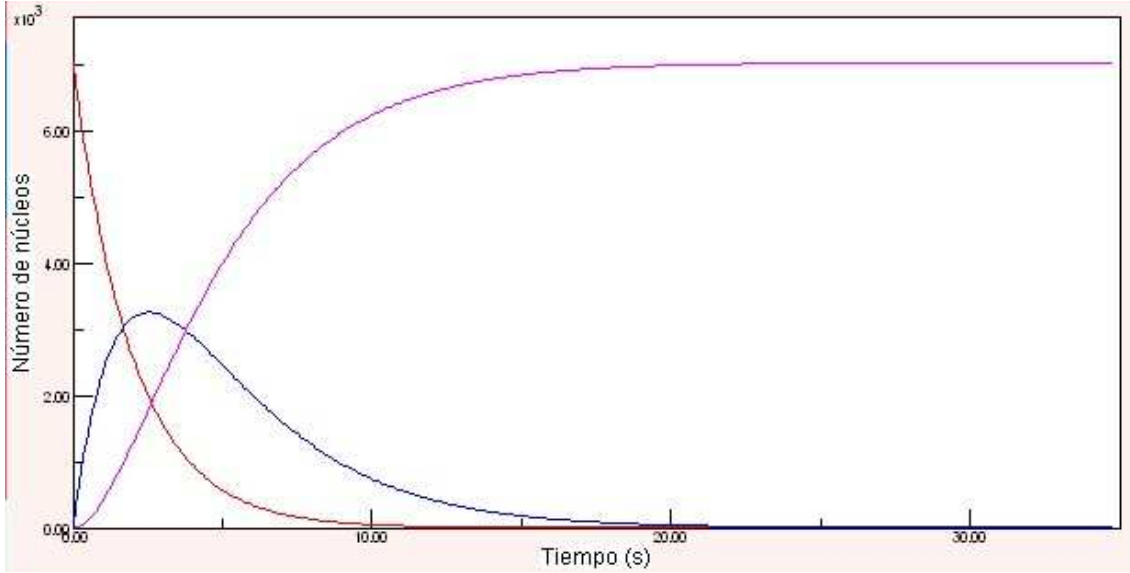
.- Las figuras que se representan a continuación corresponden a variaciones temporales de las actividades de los elementos padre e hijo de las familias:



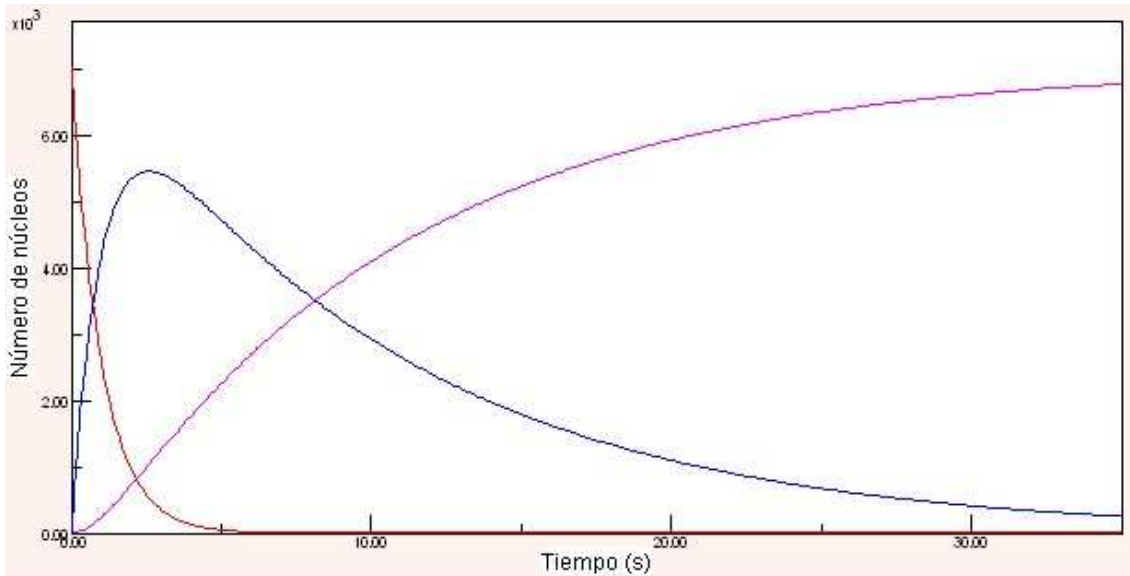
Y



- Determinar cual de estas figuras corresponde a la familia cuyas variaciones de los números de átomos se representa del siguiente modo:



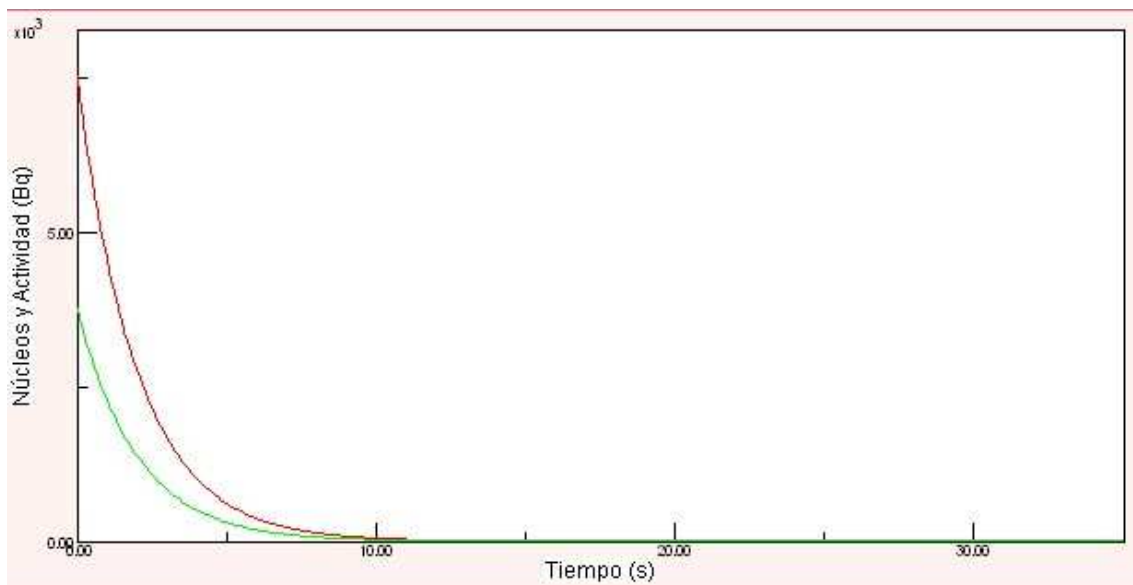
- Averigüe las modificaciones introducidas en el modelo para pasar de la familia anterior a la siguiente:



EVALUACIÓN:

A continuación se reproducen algunas gráficas que se han obtenido haciendo uso de nuestro modelo.

En la figura siguiente se muestran las variaciones temporales del número de átomos (N_A) y de la actividad (A_A) de un elemento radiactivo. Los valores iniciales tomados han sido $N_A(0) = 7500$ núcleos y $A_A(0) = 3750$:



A .- A partir de los valores iniciales de A y N, determine el valor de la constante de desintegración radiactiva.

B.- Mida el periodo de semidesintegración $T_{1/2}$ y compare este valor con el que se deduce de la expresión:

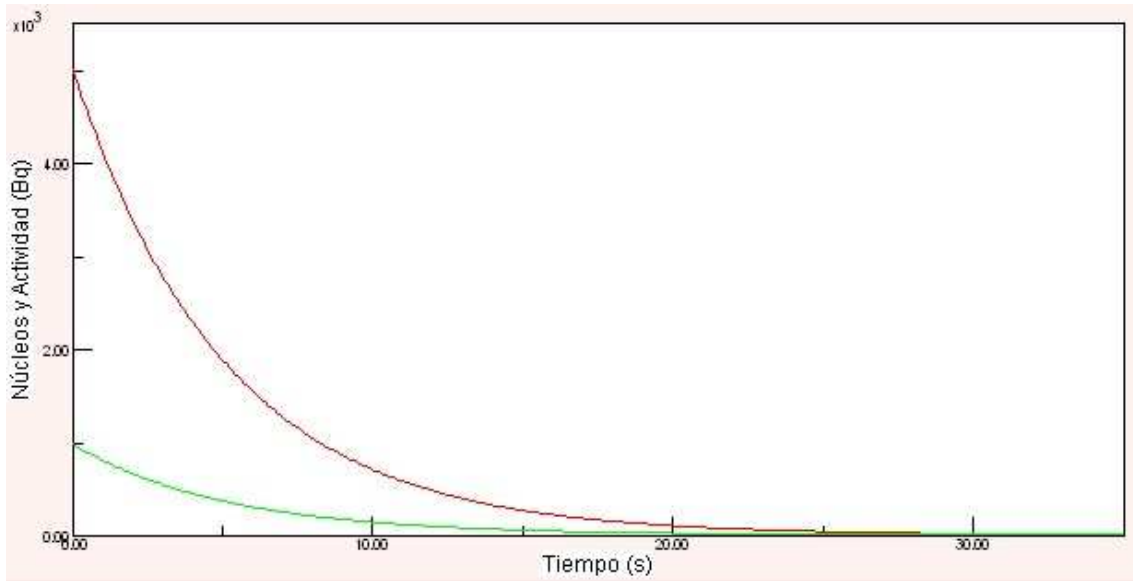
$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

C.- Compruebe que $N(t)$ para $t = 2T_{1/2}$ es igual a la cuarta parte del número de átomos iniciales.

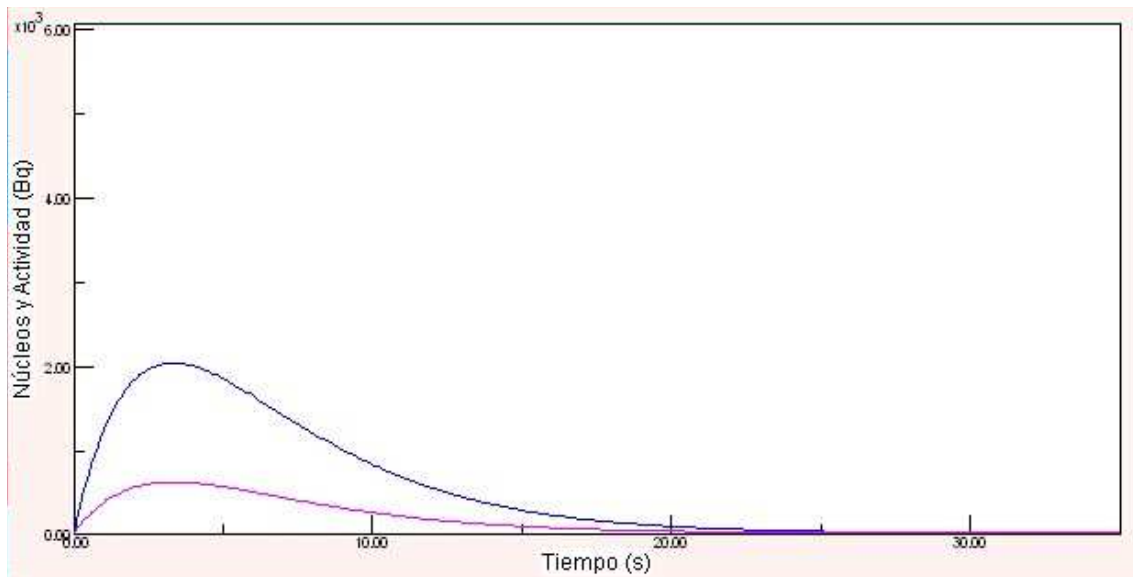
D.- Verifique las siguientes expresiones para distintos valores del tiempo:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda \cdot t} \quad \text{y} \quad A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda \cdot N$$

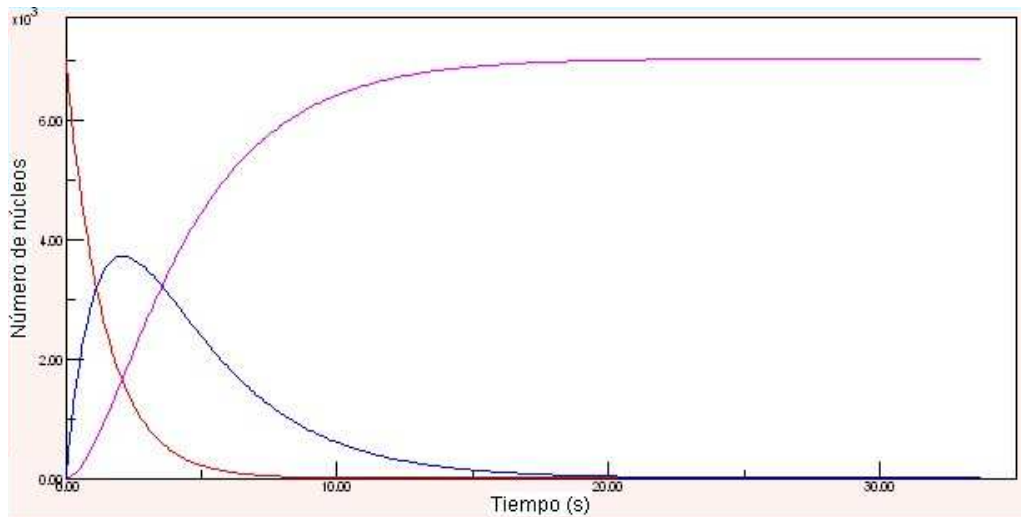
Repita el ejercicio anterior para los siguientes valores: $N_A(0) = 5000$ núcleos y $A_A(0) = 1000$:



Verifique la proporcionalidad existente entre el número de núcleos radiactivos N_B y la actividad A_B para el siguiente radionúclido:



La figura que se presenta a continuación nos muestra las variaciones con respecto al tiempo del número de átomos de una familia radiactiva del tipo:



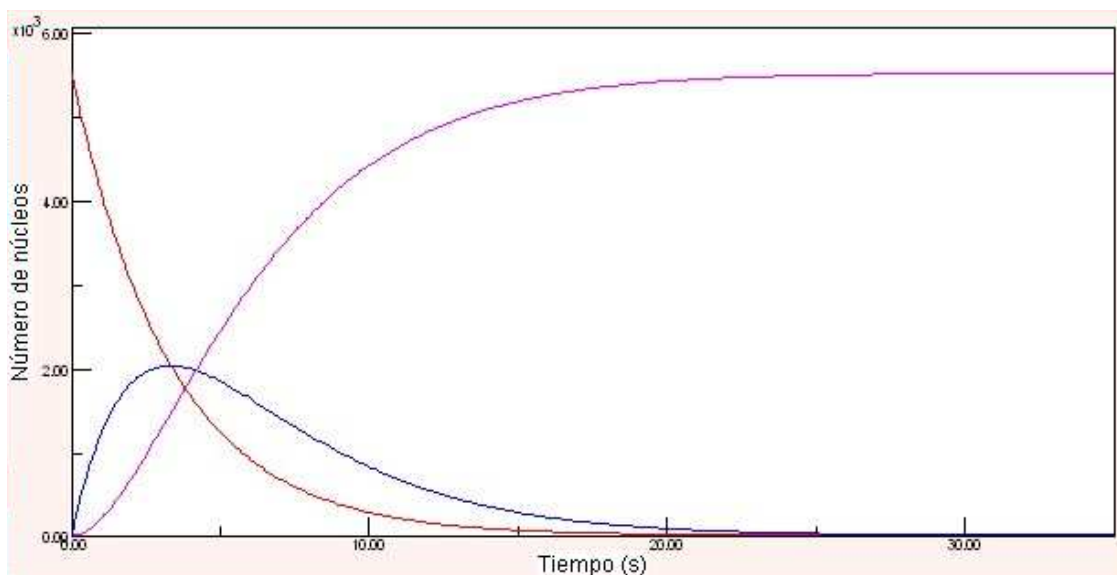
A.- Teniendo en cuenta que $N_B(t)$ alcanza su valor máximo cuando $N_A(t) \cdot \lambda_A = N_B(t) \cdot \lambda_B$, determine el valor de λ_B . (Sea $\lambda_A = 0.7$)

B.- Como referencia le mostraremos el siguiente cuadro de resultados:

Abuelo			
Núcleos iniciales	7000		
Núcleos finales	0		
Periodo de semidesintegración	0,99 s		
Máximo de núcleos	7000	Tiempo empleado	0,0 s
Mínimo de núcleos	0	Tiempo empleado	13,6 s
Padre			
Núcleos iniciales	0		
Núcleos finales	0		
Periodo de semidesintegración	2,31 s		
Máximo de núcleos	3705	Tiempo empleado	2,1 s
Mínimo de núcleos	0	Tiempo empleado	33,6 s
Hijo			
Núcleos iniciales	0		
Núcleos finales	7000		
Periodo de semidesintegración	Infinito, pues es estable		
Máximo de núcleos	7000	Tiempo empleado	33,7 s
Mínimo de núcleos	0	Tiempo empleado	0,0 s

C.- Razone si existe algún tipo de equilibrio radiactivo.

Repita el ejercicio anterior para la siguiente representación:



Abuelo			
Núcleos iniciales	5500		
Núcleos finales	0		
Periodo de semidesintegración	2,31 s		
Máximo de núcleos	5500	Tiempo empleado	0,0 s
Mínimo de núcleos	0	Tiempo empleado	31,0 s
Padre			
Núcleos iniciales	0		
Núcleos finales	0		
Periodo de semidesintegración	2,30 s		
Máximo de núcleos	2020	Tiempo empleado	3,3 s
Mínimo de núcleos	0	Tiempo empleado	39,1 s
Hijo			
Núcleos iniciales	0		
Núcleos finales	5499		
Periodo de semidesintegración	Infinito, pues es estable		
Máximo de núcleos	5499	Tiempo empleado	39,5 s
Mínimo de núcleos	0	Tiempo empleado	0,0 s